

Braun

E 1357 E

ARCHIV

DER

ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG

Unter Mitarbeit von

H. Busch, R. Feldtkeller, E. Hölzler, K. Hoffmann, O. Kirchner
E. Kramar, A. Mehli, W. Nestel, H. Piloty, L. Pungs, F. Schröter, W. O. Schumann
M. Seddig, A. Siemens, R. Tamm, R. Theile, F. Tank, R. Vieweg, G. Wuckel

Begründet von

KARL WILLY WAGNER

Schriftleitung:

J. Piesch, J. Schunack, M. Strutt, A. Thoma

Geschäftsführende Redaktion:

F. Rühmann

BAND 14

APRIL 1960

HEFT 4

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

KWR

Trägerfrequenzkabel

KABELWERK RHEYDT AKT.-GES.

RHEYDT (RHLD.)

INHALT

Originalmitteilungen:

Seite

- SOMMERFELD- und HARMS-GOUBAU-Wellenleiter im Bereich
der Zentimeter- und Millimeterwellen 155
Von *H. Severin*

- Messung der Eigenschaften von dielektrischen Leitungen
bei Millimeterwellen in einem optisch angekoppelten
Resonator 163
Von *G. Schulten*

- Das Verhalten von Dipolimpe-
danzen bei zeitlich exponen-
tieller Erregung der Dipole 167
Von *K. Fränz*

- Bewegungen der F-Schicht der Ionosphäre bei erdmagneti-
schen Bai-Störungen 169
Von *H. Kohl*

- Die Reflexion der Grundwelle an den Knickstellen eines
Hohlleiters, insbesondere bei einem stetigen Übergang
von einem rechteckigen auf einen runden Hohlleiter . . 177
Von *K. Schnetzler*

- Zur Auswahl von Filtern mit günstigem Einschwing-
verhalten 183
Von *O. Herrmann und W. Schübler*

- Buchbesprechungen 168, 190

Einführung in die Siebschaltungstheorie der elektrischen Nachrichtentechnik

Von Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. Richard Feldtkeller

Direktor des Instituts für Nachrichtentechnik an der
Technischen Hochschule Stuttgart

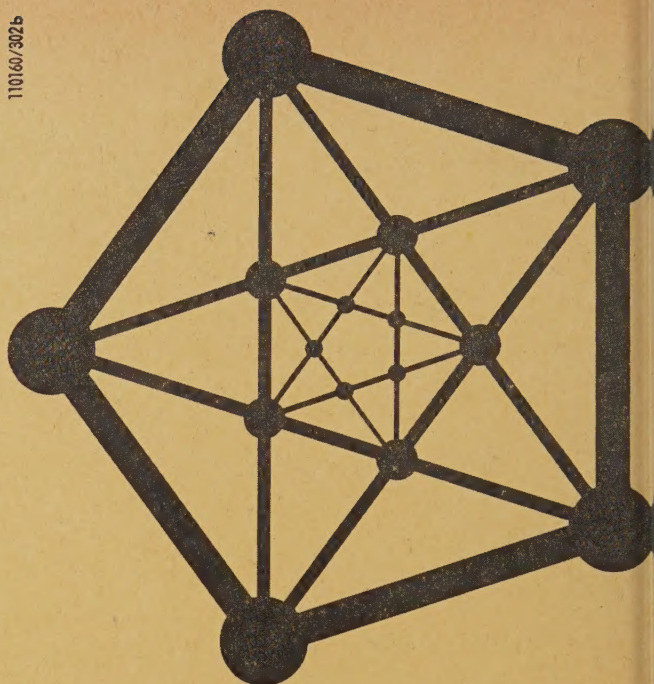
Vierte, neubearbeitete Auflage
XI, 200 Seiten, 191 Bilder, 16 cm × 23 cm,
Ganzleinen DM 25,40

AUS DEM INHALT:

- Einleitung
I. Spulen, Kondensatoren, Schwingungskreise
II. Zweipole als Siebschaltungen
III. Die Grund-Siebketten
IV. Siebketten mit Grundgliedern und M-Gliedern
V. Bandpaß-Siebketten mit Hauptgliedern und
Nebengliedern
VI. Einfluß der Verluste
Anhänge

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

110160/302b



VALVO

elektronik

ein Programm,
umfassend und ausgewogen
für Industrie und Wissenschaft:

- Elektronenröhren
- Transistoren und Dioden
- Bauelemente
- Hochfrequenz-Keramik
- Magnetwerkstoffe

VALVO GMBH HAMBURG 1



Informieren Sie sich über das VALVO-Programm auf der
Deutschen Industrie-Messe Hannover Halle 11 Stand 1314

ARCHIV

DER ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG (A.E.Ü.)

Unter Mitarbeit von H. Busch, R. Feldtkeller, E. Hölzler, K. Hoffmann, O. Kirchner, E. Kramar, A. Mehli, W. Nestel, H. Piloty, L. Pungs, F. Schröter, W. O. Schumann, M. Seddig, A. Siemens, R. Tamm, F. Tank, R. Theile, R. Vieweg, G. Wuckel

Begründet von KARL WILLY WAGNER

Schriftleitung: J. Piesch, J. Schunack, M. Strutt, A. Thoma / Geschäftsführende Redaktion: F. Rühmann
S. HIRZEL VERLAG, Stuttgart

Band 14

April 1960

Heft 4

SOMMERFELD- und HARMS-GOUBAU-Wellenleiter im Bereich der Zentimeter- und Millimeterwellen

Von HANS SEVERIN

Mitteilung aus dem Philips Zentrallaboratorium Hamburg

(A.E.Ü. 14 [1960], 155–162; eingegangen am 12. Februar 1960)

DK 621.372.8.029.64/.65

In Ergänzung zu vorliegenden numerischen Ergebnissen für den SOMMERFELD- und den HARMS-GOUBAU-Wellenleiter, die sich auf den Bereich der Dezimeter- und Meterwellen beziehen, wird hier die Auswertung für praktische Drahtdurchmesser auf Zentimeter- und Millimeterwellen erweitert. Feldausdehnung und Dämpfung werden als Funktion von Frequenz und Leitungsdaten (Drahtdurchmesser, Dicke und Dielektrizitätskonstante der dielektrischen Schicht) an Hand von zahlreichen Beispielen diskutiert. Bei durchaus erträglichen Feldausdehnungen ergeben sich Dämpfungswerte, die um ein Vielfaches kleiner sind als die der entsprechenden metallischen Hohlleiter. Trotzdem können SOMMERFELD- und HARMS-GOUBAU-Wellenleiter bei Wellenlängen unter 5 cm nicht für eine Übertragung auf längeren Strecken angewandt werden, wenn man von einer maximal zulässigen Dämpfung von 3,5 dB/km ausgeht.

In addition to well-known numerical results for SOMMERFELD and HARMS-GOUBAU guides in the region of decimeter and meter waves the numerical evaluation is extended to centimeter and millimeter waves. Field extent and attenuation as function of frequency and line data (wire radius, thickness and permittivity of the dielectric coating) are discussed by reference to numerous examples. With tolerable values of field extent attenuation factors are found that are much smaller than those of hollow metal wave guides of the same frequency range. However, below 5 cm wavelength SOMMERFELD and HARMS-GOUBAU guides cannot be used for long-distance transmission, if a maximum attenuation of 3.5 dB/km is allowed.

1. Einleitung

Das Problem der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs eines geraden Metalldrahtes wurde 1899 von SOMMERFELD [1] gelöst. Die Möglichkeit einer praktischen Anwendung wurde allerdings erst 1950 von GOUBAU [2] diskutiert. Er zeigte, wie man im Höchstfrequenzgebiet Oberflächenwellen längs Drähten mit gutem Wirkungsgrad anregt und wie man die radiale Feldausdehnung durch geeignete Modifikation der Drahtoberfläche erheblich reduzieren kann. Der praktisch wichtigste Vorschlag, den Metalldraht mit einer dielektrischen Schicht zu überziehen, führt auf eine Leitung, die bereits 1907 im Anschluß an die SOMMERFELDSche Arbeit von HARMS [3] behandelt wurde. Weitere Untersuchungen der HARMS-GOUBAU-Leitung [4], [5], [6] betreffen die Anwendbarkeit als Übertragungsleitung im Gebiet der Dezimeter- und Meterwellen.

Die bis jetzt vorliegenden numerischen Ergebnisse für die SOMMERFELD- und die HARMS-GOUBAU-Leitung beziehen sich auf Wellenlängen über 5 cm, für die bei der Auswertung Näherungen benutzt werden können. Das Feld von zylindrischen Oberflächenwellenleitern wird im Außenraum beschrie-

ben durch Hankelsche Funktionen, im Fall der SOMMERFELD-Leitung von komplexem Argument. Für diese Funktionen gibt es bislang kaum Tabellen. Um das recht mühsame numerische Rechnen zu vermeiden, begnügt man sich mit kleinen Argumenten der Hankelfunktionen, so daß man mit dem ersten Glied ihrer Nullpunktentwicklung auskommt.

Interessiert man sich für die Eigenschaften dämpfungsarmer Eindraht-Leitungen im Bereich der kurzen Zentimeter- und Millimeterwellen, so geht man zweckmäßig von der asymptotischen Entwicklung der Hankelfunktionen aus, weil nämlich der Drahtdurchmesser durchaus größer als die Wellenlänge sein kann. Mit den numerischen Ergebnissen für kleine und große Argumente übersieht man den Verlauf im gesamten Frequenzbereich, und bei geeigneter Darstellung sind nur wenige exakt gerechnete Zwischenwerte erforderlich, um eine ausreichende Genauigkeit zu erzielen.

2. Die SOMMERFELDSche Eindrahtleitung

Legt man den Draht in die z -Achse eines zylindrischen Polarkoordinatensystems r, φ, z , so ergeben

sich für die radialsymmetrische *TM*-Welle im Außenraum die Feldkomponenten

$$\begin{aligned} -i\omega \varepsilon_0 E_r &= \gamma A H_1^{(1)}(hr) e^{-\gamma z}, \\ -i\omega \varepsilon_0 E_z &= h A H_0^{(1)}(hr) e^{-\gamma z}, \\ H_\varphi &= A H_0^{(1)}(hr) e^{-\gamma z}, \end{aligned} \quad (1)$$

wobei $H_0^{(1)}$ und $H_1^{(1)}$ die ersten Hankelschen Funktionen nullter und erster Ordnung sind. Die Ausbreitungskonstante

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{h^2 - k^2}, \quad k = \omega/c = 2\pi/\lambda \quad (2)$$

ist aus der durch die Grenzbedingungen sich ergebenden transzendenten Gleichung zu bestimmen. Diese läßt sich unter der im allgemeinen erfüllten Annahme, daß der Radius a des Drahtes groß gegen die äquivalente Leitschichtdicke

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi Z_0 \sigma}} \quad (3)$$

(σ Leitfähigkeit) ist, vereinfachen [7] zu

$$ha \frac{H_0^{(1)}(ha)}{H_1^{(1)}(ha)} = -e^{i\pi/4} (2\pi)^{3/2} \left(\frac{1}{\sigma Z_0} \right)^{1/2} \frac{a}{\lambda^{3/2}}, \quad (4)$$

wobei Z_0 den Wellenwiderstand des freien Raumes

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 377 \Omega \quad (5)$$

bedeutet.

Der Parameter h beschreibt, wie man aus dem asymptotischen Verhalten der Hankelfunktionen

$$H_\nu^{(1)}(hr) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi hr}} e^{i\left(hr - \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \quad (6)$$

ersieht, in seinem Imaginärteil die radiale Ausdehnung des Feldes. In einer gewissen Entfernung vom Leiter überwiegt der exponentielle Abfall, d. h. das Feld verschwindet sehr rasch. Die Energie strömt daher im wesentlichen durch einen um den Draht gedachten Schlauch. Um seine Ausdehnung anzugeben, führt KADEN [4] durch

$$h = \eta + i \frac{1}{r_0} \quad (7)$$

den „Grenzzradius“ r_0 ein, der von der Drahtachse aus zählt. Auf Grund seiner Definition ist der Grenzzradius stets größer als der Drahtradius, und damit von vornherein nur so lange anwendbar wie $\text{Im}(ha) < 1$. Die numerische Auswertung ergibt, daß der Grenzzradius für $\text{Im}(ha) \leq 0,1$ ein sinnvolles Maß für die wirksame Ausdehnung des Feldes ist, weil dann mehr als 90% der Energie durch den zugehörigen Kreisquerschnitt übertragen werden. Da im folgenden der Wertebereich von ha nicht beschränkt sein soll, wird die von der Leiteroberfläche an gerechnete „Grenzweite“ x_0 eingeführt und an Stelle von Gl. (7)

$$h = \eta + i \frac{1}{x_0} \quad (8)$$

gesetzt. Solange $r_0 \gg a$ ist, was bei den bisher vorliegenden numerischen Ergebnissen stets gilt, ist x_0 praktisch gleich r_0 . Im Grenzfall $a/\lambda \rightarrow \infty$, d. h.

für den ebenen Oberflächenwellenleiter, ist x_0 diejenige Entfernung von der Leiteroberfläche, bei der die Feldstärken auf $1/e$ ihres Wertes an der Oberfläche abgefallen sind [8]. Daher werden für Werte $a/x_0 \gg 1$ mindestens 87% der Energie, für $a/x_0 \ll 1$ nahezu die gesamte Energie innerhalb des Abstandes x_0 von der Leiteroberfläche geführt.

Leider läßt sich x_0 nicht explizit als Funktion von Leitungsdaten und Frequenz angeben. Der gewünschte Zusammenhang muß vielmehr aus der transzendenten Gleichung (4) numerisch ermittelt werden. Aus ihr folgt für $|ha| \leq 0,1$

$$(ha)^2 \ln(-i0,89 ha) = e^{i\pi/4} (2\pi)^{3/2} \left(\frac{1}{\sigma Z_0} \right)^{1/2} \frac{a}{\lambda^{3/2}}. \quad (9)$$

Das Auswertungsverfahren dieser Gleichung ist verschiedentlich beschrieben worden [2], [7], [9]. Mit

$$ha = |ha| e^{i\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (10)$$

erhält man nach Aufspaltung von Gl. (9) in Real- und Imaginärteil die beiden Beziehungen

$$-\frac{|ha|^2 \ln|0,89 ha|}{\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)} = (2\pi)^{3/2} \left(\frac{1}{\sigma Z_0} \right)^{1/2} \frac{a}{\lambda^{3/2}}, \quad (11)$$

$$-\frac{\varphi}{\tan\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)} = 2 \ln|0,89 ha|. \quad (12)$$

Aus den Gl. (11) und (12) ermittelt man ha und φ als Funktion von a und λ . Für sehr kleine $|ha|$ geht φ nach Gl. (12) gegen $\pi/4$. Für $|ha| = 0,1$ ist zwar $\varphi = 56,5^\circ$, jedoch $\cos[\varphi - (\pi/4)] = 0,98$, so daß in der Näherung $\varphi = \pi/4$ nach Gl. (11) der Fehler in $|ha|$ kleiner als 1,3% bleibt. Mit der oben gegebenen Definition der Grenzwerte in Gl. (8) und Gl. (10) ist

$$\frac{a}{x_0} = \text{Im}(ha) = |ha| \cos \frac{\varphi}{2} \approx 0,92 |ha| \quad (13)$$

mit einem maximalen Fehler von 6% bei Benutzung der Näherung. Die Dämpfung der Welle längs des Leiters ergibt sich aus dem Realteil der Ausbreitungskonstante Gl. (2) wegen $|h|/k \ll 1$ zu

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{|ha|^2}{ka^2} \sin \varphi \approx 0,35 \frac{|ha|^2}{ka^2} \quad (14)$$

mit einem maximalen Fehler von 12% für den Näherungswert.

Der Grund für die Einführung eines geeigneten Parameters zur Charakterisierung der radialen Feldausdehnung liegt in dem Fehlen von geeigneten Tabellen für Hankelfunktionen von komplexem Argument. Mit ihnen könnte man ohne große Mühe den Energiefluß durch eine Querschnittsfläche von beliebigem Radius R

$$N_z(R) = \pi \text{Re} \left(\int_a^R E_r H_\varphi^* r dr \right) \quad (15)$$

angeben und damit auch den Wert von R ermitteln, der zu einem bestimmten Bruchteil der Gesamtenergie, z. B. 90% oder 99% gehört. Nur für Argu-

mente $|hR| \leq 0,1$ erhält man mit dem ersten Glied der Nullpunktentwicklung von $H_0^{(1)}(hR)$ und $H_1^{(1)}(hR)$ noch elementar genügend genaue Ergebnisse. Aus Gl. (11) ergibt sich mit $|ha| \leq 0,1$ für einen Kupferdraht ($\sigma = 59 \cdot 10^4 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$) der Wertebereich $a/\lambda^{3/2} \leq 22,8 \text{ cm}^{-1/2}$, wenn man die Grenzweite als Maß für die Feldausdehnung akzeptiert. Will man jedoch in der gleichen Näherung den 50%- oder 90%-Radius der Energie wissen, der sich nach Gl. (15) für $|hR| \leq 0,1$ aus

$$\frac{N(R)}{N_{\text{ges}}} = 1 - \frac{0,28 + \ln |hR|}{0,28 + \ln |ha|} \quad (16)$$

ermitteln läßt, so wird der Wertebereich von $a/\lambda^{3/2}$ wesentlich eingeschränkt; die obere Grenze von $a/\lambda^{3/2}$ ist dann $0,82 \text{ cm}^{-1/2}$ oder $3 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-1/2}$. Bei voller Ausnutzung des für $|ha| \leq 0,1$ zulässigen Wertebereichs von $a/\lambda^{3/2} \leq 22,8 \text{ cm}^{-1/2}$ führt die Berechnung des 3-dB- oder 10-dB-Radius über den aus Gl. (15) folgenden exakten Ausdruck auf die mühevollen numerische Auswertung von Hankelfunktionen mit komplexem Argument. Durch die Einführung von Grenzzradius oder Grenzweite vermeidet man diese Schwierigkeiten und darin liegt der praktische Nutzen dieser Größen.

Im anderen Grenzfall, d. h. für große Werte von ha , vereinfacht sich die Bestimmungsgleichung (4) für die Ausbreitungskonstante mit der asymptotischen Entwicklung der Hankelfunktionen zu

$$h \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{i ha} \right) = e^{i 3 \pi / 4} \left(\frac{2 \pi}{\lambda} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\sigma Z_0} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Daraus erhält man mit Gl. (10) nach Aufspaltung in Real- und Imaginärteil

$$|h| \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2 \pi}{\lambda} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\sigma Z_0} \right)^{1/2}, \quad (18)$$

$$\sin \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = - \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{1}{|ha|}. \quad (19)$$

Aus diesen beiden Beziehungen ermittelt man $|h|$ und φ als Funktion von a und λ . Für sehr große Werte $|ha|$ geht φ nach Gl. (19) gegen $\pi/2$. Für $|ha| = 10$ ist $\varphi = 86^\circ$; der Fehler in $|h|$, der mit der Annahme $\varphi = \pi/2$ für $|ha| > 10$ entsteht, ist nach Gl. (18) kleiner als 4%. Mit den Gl. (8) und (10) erhält man für die Grenzweite

$$x_0 = \sqrt{2} \left(\frac{\lambda}{2 \pi} \right)^{3/2} (\sigma Z_0)^{1/2} \tan \frac{\varphi}{2}, \quad (20)$$

die für große Werte $|ha|$, d. h. $\tan \varphi/2 \rightarrow 1$, gegen einen oberen Grenzwert $x_0^{(\infty)}$ geht, der erwartungsgemäß gleich der Grenzweite für eine ebene Metallplatte ist¹.

¹ Unser Wert für x_0 ist doppelt so groß wie der von KADEN [8] angegebene. Dort wird

$$x_0^{(\infty)} = \text{Im}(1/h)$$

gesetzt, während auf Grund der für x_0 gegebenen Definition

$$x_0^{(\infty)} = 1/\text{Im}(h)$$

sein muß.

Infolge der großen Feldausdehnung werden die Verluste der Welle längs der Leitung sehr gering; die Dämpfungskonstante

$$\alpha = \text{Re}(\gamma) = \frac{1}{2} \left(\frac{2 \pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{\sigma Z_0} \frac{1}{1 - \cot \varphi} \quad (21)$$

geht für große $|ha|$, d. h. $\cot \varphi \rightarrow 0$, gegen einen unteren Grenzwert, nämlich den erwarteten, für die ebene Metallplatte gültigen Wert. Die Phasengeschwindigkeit der Welle wird in dieser Näherung gleich der Lichtgeschwindigkeit.

Den Gl. (20) und (21) entnimmt man, daß $x_0^{(\infty)}/\lambda^{3/2}$ und $\alpha^{(\infty)}\lambda^2$ einen konstanten, durch die Leitfähigkeit des ebenen Oberflächenwellenleiters bestimmten Wert haben. Die Gl. (11), (13) und (14) zeigen, daß $x_0/\lambda^{3/2}$ und $\alpha\lambda^2$ für kleine $|ha|$ bei gegebenem Leitermaterial nur von $a/\lambda^{3/2}$ abhängen. Die entsprechenden Kurven müssen für große $a/\lambda^{3/2}$, d. h. bei Annäherung an den ebenen Wellenleiter, asymptotisch gegen die obigen Grenzwerte gehen (Bilder 1 und 2).

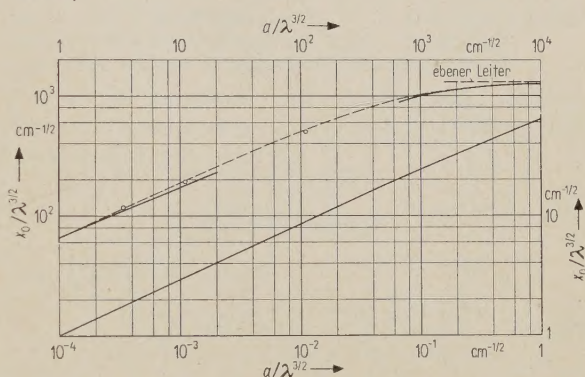


Bild 1. Grenzweite x_0 einer SOMMERFELD-Leitung aus Kupfer in Abhängigkeit von Drahtradius a und Wellenlänge λ ; — 1. Näherung für kleine und große Werte von $|ha|$, - - 2. Näherung.

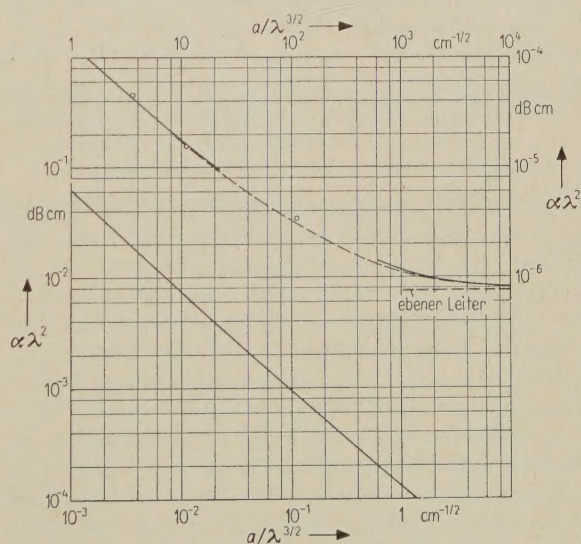


Bild 2. Dämpfung α einer SOMMERFELD-Leitung aus Kupfer in Abhängigkeit von Drahtradius a und Wellenlänge λ ; — 1. Näherung für große und kleine Werte von $|ha|$, - - 2. Näherung.

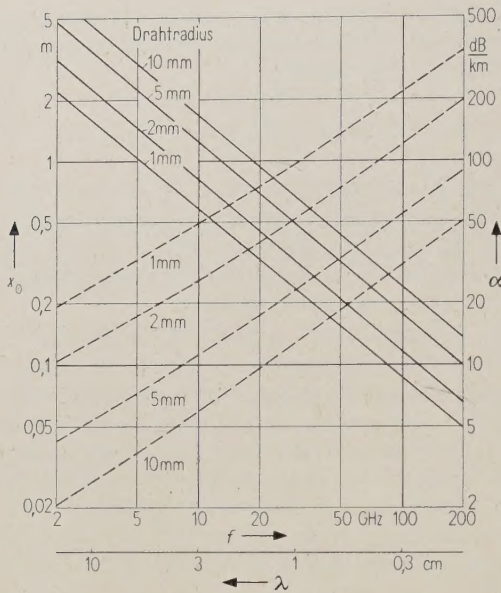


Bild 3. Grenzweite (—) und Dämpfung (---) der SOMMERFELD-Welle für Kupferdrähte von verschiedenem Radius in Abhängigkeit von der Frequenz.

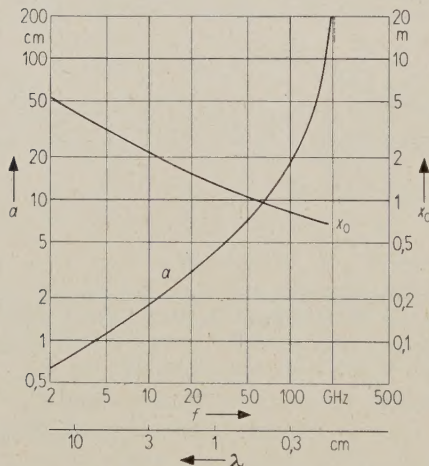


Bild 4. Radius a einer SOMMERFELD-Leitung aus Kupfer mit einer Dämpfung von 3,5 dB/km und zugehörige Grenzweite in Abhängigkeit von der Frequenz.

Diese Art der Darstellung erlaubt mit den Ergebnissen für kleine und große Werte $a/\lambda^{3/2}$ eine bequeme und hinreichend genaue Interpolation im Zwischenbereich. Damit erhält man ohne großen rechnerischen Aufwand den Verlauf von x_0 und α im gesamten Frequenzbereich. Um die Genauigkeit der Interpolation zu überprüfen, wurden einige wenige Kurvenpunkte im Zwischenbereich in höherer Näherung berechnet² und zum Vergleich ergänzend in die Bilder 1 und 2 eingetragen. Aus diesen Diagrammen gewinnt man bei gegebener Frequenz die Daten der SOMMERFELD-Leitung. Bild 3 zeigt, wie für einen Kupferdraht Grenzweite und Dämpfung von Frequenz und Drahtradius abhängen. Bei fester Fre-

² Diese Rechnungen wurden freundlicherweise von Herrn Dipl.-Ing. D. GOSSEL ausgeführt.

quenz kann man die Verluste durch größere Draht-radien herabsetzen, womit jedoch die Ausdehnung des Feldes zunimmt. Für 3 cm Wellenlänge beträgt die Dämpfung für einen Kupferdraht von 10 mm Radius 6 dB/km, die Grenzweite ist 1,7 m. Wenn man für eine Übertragungsleitung als maximale Dämpfung 3,5 dB/km zuläßt, ist die SOMMERFELD-Leitung für Wellenlängen unter 5 cm praktisch nicht anwendbar (Bild 4).

3. Metalldraht mit dielektrischem Überzug (HARMS-GOUBAU-Leitung)

Während bei der SOMMERFELD-Leitung die endliche Leitfähigkeit notwendige Voraussetzung für die Existenz einer Oberflächenwelle ist, kann die HARMS-GOUBAU-Leitung unter der die Rechnung wesentlich vereinfachenden Annahme idealer Leitfähigkeit behandelt werden, weil im wesentlichen die dielektrische Schicht die Konzentrierung des Feldes um den Leiter bewirkt. Die Berechnung der Dämpfung erfolgt in der für Leitungen mit kleinen Verlusten gebräuchlichen Näherung, bei der angenommen wird, daß die Feldverteilung dieselbe ist wie im verlustfreien Fall.

Die dielektrische Schicht auf dem metallischen Draht vom Radius a habe die Dicke d . Da von Verlusten abgesehen wird, sind γ und h imaginär. Für das Feld in der Schicht ($a < r < a' = a + d$) hat man

$$\begin{aligned} -i\omega \varepsilon_i E_r &= \\ &= \gamma A \left[H_1^{(1)}(h_i r) - \frac{H_0^{(1)}(h_i a)}{H_0^{(2)}(h_i a)} H_1^{(2)}(h_i r) \right] e^{-\gamma z}, \\ -i\omega \varepsilon_i E_z &= \\ &= h_i A \left[H_0^{(1)}(h_i r) - \frac{H_0^{(1)}(h_i a)}{H_0^{(2)}(h_i a)} H_0^{(2)}(h_i r) \right] e^{-\gamma z}, \\ H_\varphi &= A \left[H_1^{(1)}(h_i r) - \frac{H_0^{(1)}(h_i a)}{H_0^{(2)}(h_i a)} H_1^{(2)}(h_i r) \right] e^{-\gamma z}, \end{aligned} \quad (22)$$

während im Außenraum ($r > a'$)

$$\begin{aligned} -i\omega \varepsilon_0 E_r &= \gamma B H_1^{(1)}(hr), \\ -i\omega \varepsilon_0 E_z &= h B H_0^{(1)}(hr), \\ H_\varphi &= B H_1^{(1)}(hr) \end{aligned} \quad (23)$$

gilt, wobei

$$B = \frac{h_i}{h} \frac{1}{\varepsilon} \frac{A}{H_0^{(1)}(ha')} \times \left[H_0^{(1)}(h_i a') - \frac{H_0^{(1)}(h_i a)}{H_0^{(2)}(h_i a)} H_0^{(2)}(h_i a') \right] \quad (24)$$

aus der Forderung $E_z = E_z^i$ für $r = a'$ folgt. Aus der Stetigkeitsbedingung $H_\varphi = H_\varphi^i$ gewinnt man den Zusammenhang zwischen h_i und h

$$\begin{aligned} \frac{h}{h_i} \varepsilon &= \\ &= \frac{H_0^{(1)}(h_i a) H_0^{(2)}(h_i a') - H_0^{(2)}(h_i a) H_0^{(1)}(h_i a')}{H_0^{(1)}(h_i a) H_1^{(2)}(h_i a') - H_0^{(2)}(h_i a) H_1^{(1)}(h_i a')} \cdot \frac{H_1^{(1)}(ha')}{H_0^{(1)}(ha')} \end{aligned} \quad (25)$$

Für Leitungen kleiner Dämpfung muß die in der dielektrischen Schicht transportierte Energie klein gegen die Gesamtenergie bleiben. Die Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwelle ist dann wieder nur wenig von der Lichtgeschwindigkeit verschieden, d. h. $|h|^2 \ll k^2$. Dazu muß offenbar $d \ll \lambda/\sqrt{\epsilon}$ sein; ist außerdem $d \ll a$ und $|h|^2 \ll k^2 (\epsilon - 1)$, dann läßt sich die Bestimmungsgleichung (25) für h vereinfachen zu

$$\left(\frac{2\pi a'}{\lambda}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{d}{a'} = -ha' \frac{H_0^{(1)}(ha')}{H_1^{(1)}(ha')}. \quad (26)$$

Mit $h = i/x_0$ wird daraus für $a'/x_0 < 0,1$

$$\left(\frac{2\pi a'}{\lambda}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{d}{a'} = -\left(\frac{a'}{x_0}\right)^2 \ln 0,89 \frac{a'}{x_0}. \quad (27)$$

Die Auswertung dieser transzendenten Gleichung ergibt bei fester Wellenlänge den gesuchten Zusammenhang zwischen a'/x_0 und den Leiterdaten. Mit $a'/x_0 = 0,1$ hat die rechte Seite von Gl. (27) den Wert $+2,4 \cdot 10^{-2}$. Daher erstreckt sich z. B. für $\epsilon = 2,5$ und $d/a' = 0,1$ der Gültigkeitsbereich von Näherung (27) auf Werte $a'/\lambda \leq 0,1$.

Im anderen Grenzfall, d. h. für große a'/x_0 , erhält man aus Gl. (26) mit der asymptotischen Entwicklung für Hankelfunktionen

$$4\pi^2 \frac{d}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = \frac{\lambda}{x_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{x_0}{a'}\right). \quad (28)$$

Bei fester Frequenz geht die Grenzweite x_0 mit wachsendem Radius a erwartungsgemäß gegen einen oberen Grenzwert, der gleich dem Wert für eine ebene Metallplatte mit dünner dielektrischer Schicht ist [8].

Unter Beibehaltung der Annahme, daß die Verluste vernachlässigbar klein sind, ergibt sich für die durch einen Kreisring der Radien a' und r übertragene Energie bezogen auf die gesamte Energie im Luftraum

$$\frac{N_r}{N_L} = 1 - \frac{F(hr)}{F(ha')}, \quad (29)$$

wobei

$$F(hr) = (hr)^2 \times \left\{ \frac{2}{hr} H_0^{(1)}(hr) H_1^{(1)}(hr) - [H_0^{(1)}(hr)]^2 - [H_1^{(1)}(hr)]^2 \right\} \quad (30)$$

ist. Hankelfunktionen mit imaginärem Argument sind tabelliert, so daß die bei der Berechnung von N_r für die SOMMERFELD-Welle auftretenden Schwierigkeiten vermieden werden. Für $|hr| \leq 0,1$ kann $F(hr)$ approximiert werden durch

$$F(hr) = -\frac{8}{\pi^2} (0,5 + \ln |0,89 i hr|) \quad (31)$$

und für $|hr| > 10$ durch

$$F(hr) = -\frac{8}{\pi} e^{i2hr}, \quad (32)$$

so daß mit

$$\frac{N_r}{N_L} = 1 - e^{-2(r-a')/x_0} = 1 - e^{-2x/x_0} \quad (33)$$

ein Ausdruck resultiert, wie er von der ebenen Anordnung her bekannt ist. Damit wird genau wie bei der SOMMERFELD-Leitung für große $|ha'|$ 87% Energie, für kleine $|ha'|$ praktisch die gesamte Energie innerhalb des Abstandes x_0 von der Oberfläche der Leitung geführt (Bild 5).

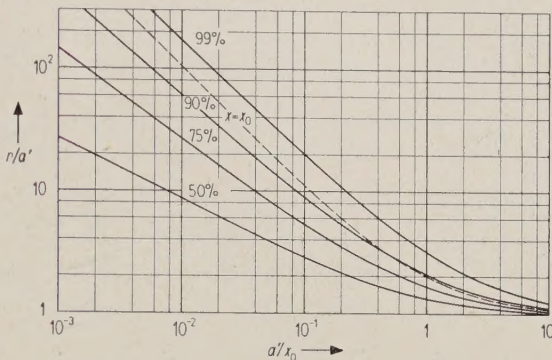


Bild 5. Radius des Querschnitts, durch den 50%, 75%, 90% und 99% der Energie einer HARMS-GOUBAU-Welle transportiert werden, als Funktion von Frequenz und Leiterdaten.

Für die innerhalb der dielektrischen Schicht transportierte Energie, bezogen auf die Energie im Luftraum, findet man [2]

$$\frac{N_D}{N_L} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\ln(1 - d/a)}{0,5 + \ln 0,89 a/x_0} < 0,53 \frac{1}{\epsilon} \frac{d}{a}, \quad (34)$$

solange $a/x_0 \leq 0,1$ und

$$\frac{N_D}{N_L} = 8\pi^2 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{\epsilon} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \quad (35)$$

für $a/\lambda \gg 1$. Daher kommen mit $d/a = 0,1$ oder mit $d/\lambda = 0,035$ und $\epsilon = 2,5$ weniger als 3% der Gesamtenergie der Oberflächenwelle auf die dielektrische Schicht. Umgekehrt kann über die Gl. (34) und (35) der Wertebereich von d/a und $d/\sqrt{\epsilon}/\lambda$ angegeben werden, für den die Näherung (26) gilt. In der Voraussetzung $N_D/N_L \ll 1$ liegt ferner die Berechtigung für die nachträgliche Berechnung der Verluste unter Benutzung der Felder nullter Näherung.

Die Dämpfung der fortschreitenden Welle durch ohmsche und dielektrische Verluste ergibt sich aus

$$\alpha_\Omega = \frac{1}{2} \frac{V_\Omega}{N_L}, \quad (36)$$

$$V_\Omega = \frac{1}{\sigma \delta} H_\varphi^2(h_1 a) 2\pi a,$$

$$\alpha_\epsilon = \frac{1}{2} \frac{V_\epsilon}{N_L}, \quad (37)$$

$$V_\epsilon = \omega \epsilon \tan \delta_\epsilon \epsilon_0 |E|^2 2\pi a d$$

$$\alpha_\Omega = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\delta}{2a} \Phi(ha'), \quad (38)$$

$$\alpha_\epsilon = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\tan \delta_\epsilon}{\epsilon} \frac{d}{a} \Phi(ha'), \quad (39)$$

zu

wobei mit der Bedeutung von $F(ha')$ in Gl. (30)

$$\Phi(ha') = \frac{2(ha')^2 [H_1^{(1)}(ha')]^2}{F(ha')} \quad (40)$$

ist. In den beiden Grenzfällen kleiner und großer Werte von $ha' = ia'/x_0$ hat man zunächst für $a'/x_0 \ll 1$

$$\alpha_\Omega = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\delta}{2a'} \frac{1}{0,5 + \ln(0,89 a'/x_0)}, \quad (41)$$

$$\alpha_\epsilon = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\tan \delta_\epsilon}{\epsilon} \frac{d}{a'} \frac{1}{0,5 + \ln(0,89 a'/x_0)} \quad (42)$$

und für $a'/x_0 \gg 1$

$$\begin{aligned} \alpha_\Omega &= \frac{\pi}{\lambda} \frac{\delta}{x_0} \left[1 + \frac{3}{8} \left(\frac{x_0}{a'} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{4\pi^3}{\lambda} \frac{d}{\lambda} \frac{\delta}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right), \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \alpha_\epsilon &= \frac{\pi}{\lambda} \frac{\tan \delta_\epsilon}{\epsilon} \frac{2d}{x_0} \left[1 + \frac{3}{8} \left(\frac{x_0}{a'} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{8\pi^3}{\lambda} \frac{\tan \delta_\epsilon}{\epsilon} \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

Bei der HARMS-GOUBAU-Leitung kommt der Grenzwert x_0 nicht mehr ganz die praktische Bedeutung zur Charakterisierung der Feldausdehnung wie bei der SOMMERFELD-Leitung zu, weil man nun über Gl. (29) den Radius des Querschnittes angeben kann, durch den ein bestimmter Prozentsatz der Gesamtenergie übertragen wird. Allerdings ist hierfür die Kenntnis des Parameters $h = i/x_0$ in Abhängigkeit von Leitungsdaten und Frequenz erforderlich. Da ferner dieser Parameter auch in die Ausdrücke für ohmsche und dielektrische Verlustdämpfung eingeht, und er den Vergleich mit anderen Oberflächenwellenleitern, insbesondere mit der SOMMERFELD-Leitung, erheblich erleichtert, wurde

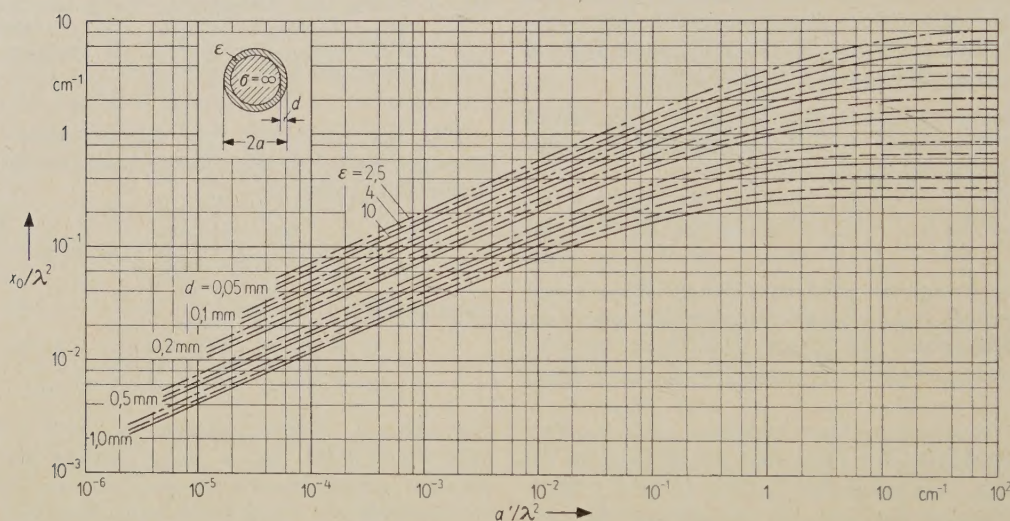


Bild 6. Grenzweite x_0 einer HARMS-GOUBAU-Leitung in Abhängigkeit von Leitungsradius a' und Wellenlänge λ ; Parameter: Schichtdicke d und Dielektrizitätskonstante ϵ der dielektrischen Schicht.

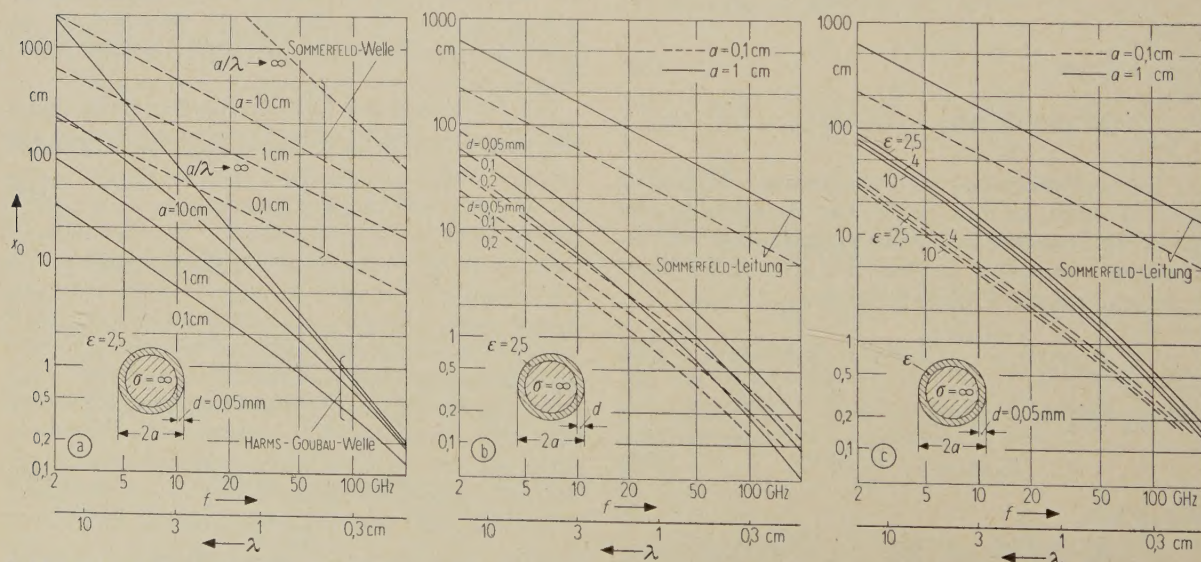


Bild 7. Grenzweiten der HARMS-GOUBAU- und der SOMMERFELD-Welle in Abhängigkeit von Frequenz und Leitungsdaten.

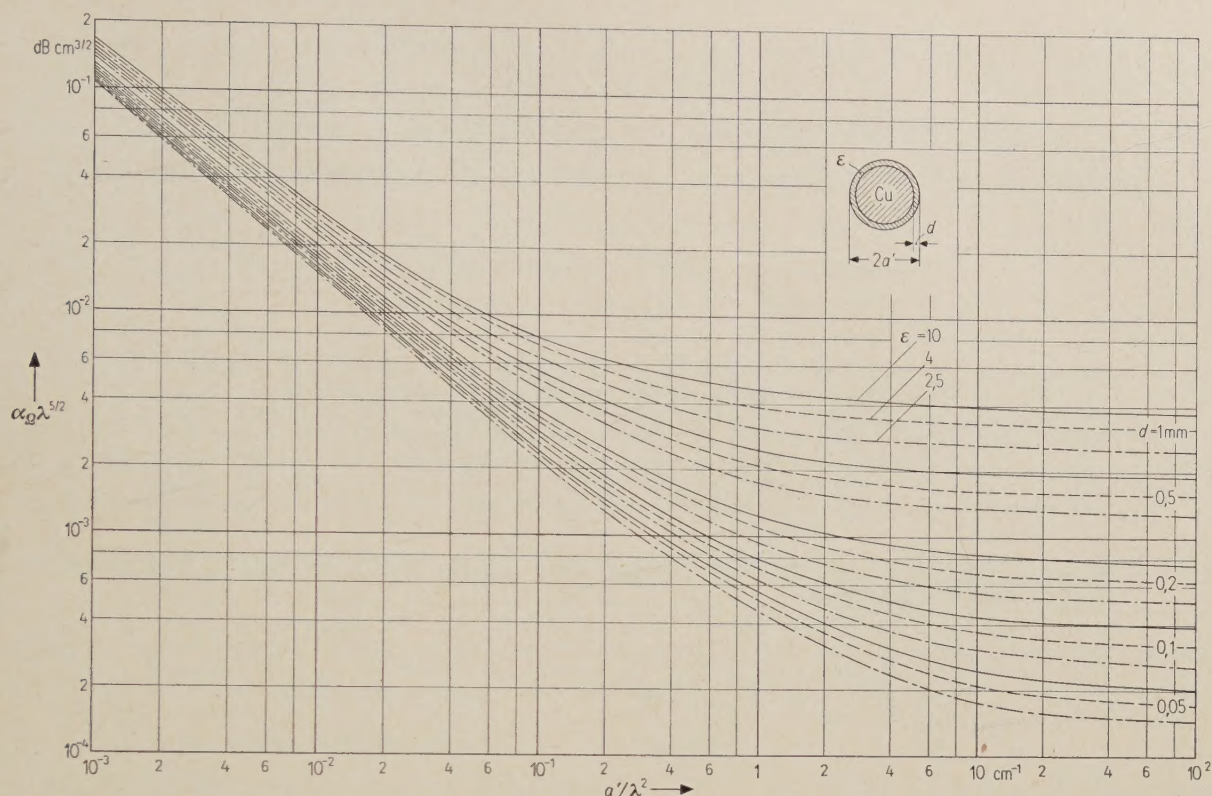


Bild 8. Dämpfung durch ohmsche Verluste für die HARMS-GOUBAU-Leitung in Abhängigkeit von Leitungsradius a' und Wellenlänge λ ; Parameter: Schichtdicke d und Dielektrizitätskonstante ϵ der dielektrischen Schicht.

bei der numerischen Auswertung zunächst die Grenzweite x_0 berechnet und in einer Reihe von Bildern wiedergegeben. Die Bild 1 entsprechende Darstellung führt mit den Gl. (26) bis (28) auf Kurven x_0/λ^2 in Abhängigkeit von a'/λ^2 mit d und ϵ als Parameter (Bild 6). Daraus erhält man ohne weiteren Rechenaufwand den Verlauf von x_0 im ganzen interessierenden Frequenzbereich. Die Beispiele in Bild 7 zeigen, daß das Feld um so mehr um den Leiter konzentriert wird, je kleiner Drahtradius, je größer Dicke und Dielektrizitätskonstante der Schicht und je höher die Frequenz sind. Bild 7a läßt klar erkennen, daß die Kurven mit wachsendem a/λ gegen die der entsprechenden ebenen Leitung tendieren.

In den Diagrammen, die zur Bestimmung der ohmschen und dielektrischen Verluste dienen, sind gemäß den Gl. (38) bis (44) $\alpha_0 \lambda^{5/2}$ und $\alpha_e \lambda^3$ als Funktion von a'/λ^2 wiedergegeben (Bilder 8 und 9). Die Beispiele in den Bildern 10 und 11 lehren im Vergleich mit Bild 7, daß die Dämpfung mit kleiner werdender Grenzweite zunimmt. Bei einer Wellenlänge von 1,5 cm kann z. B. bei einem Drahtradius von 1 mm durch eine dielektrische Hülle mit $d = 0,05$ mm und $\epsilon = 2,5$ die Feldausdehnung um den Faktor 13 reduziert werden (Bild 7a), während die Dämpfung durch ohmsche Verluste nur 1,8mal größer wird (Bild 10a). Die noch hinzukommenden dielektrischen Verluste sind nur ein Bruchteil der ohmschen (Bild 11a).

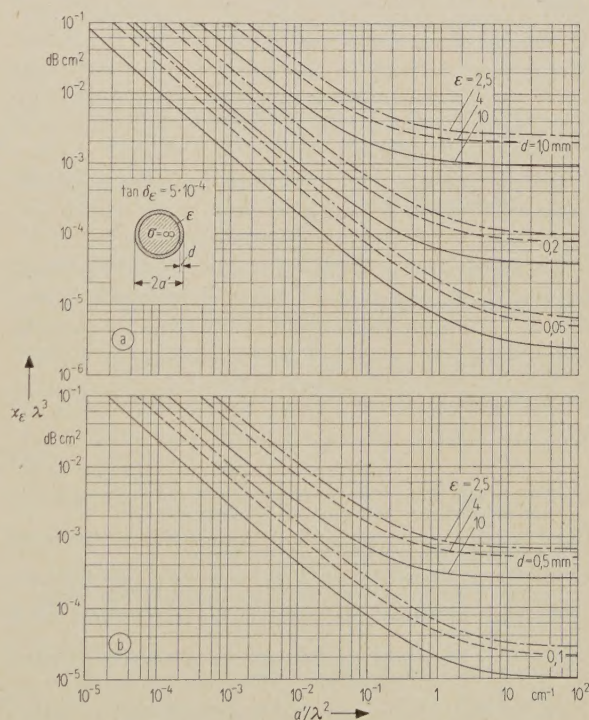


Bild 9. Dämpfung durch dielektrische Verluste für die HARMS-GOUBAU-Leitung in Abhängigkeit von Leitungsradius a' und Wellenlänge λ ; Parameter: Schichtdicke d und Dielektrizitätskonstante ϵ der dielektrischen Schicht.

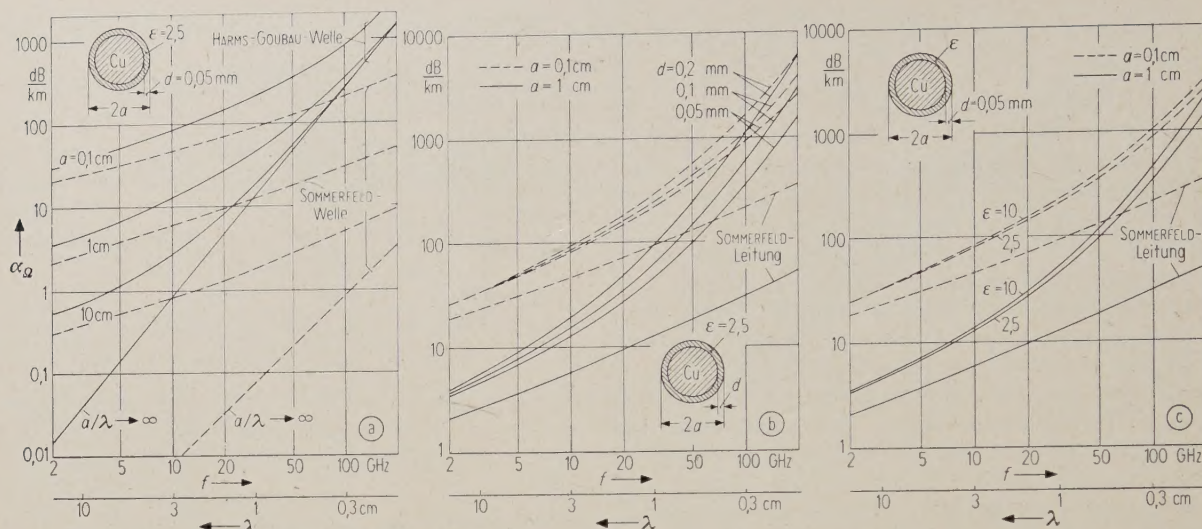


Bild 10. Dämpfung durch ohmsche Verluste für die HARMS-GOUBAU- und die SOMMERFELD-Welle in Abhängigkeit von Frequenz und Leitungsdaten.

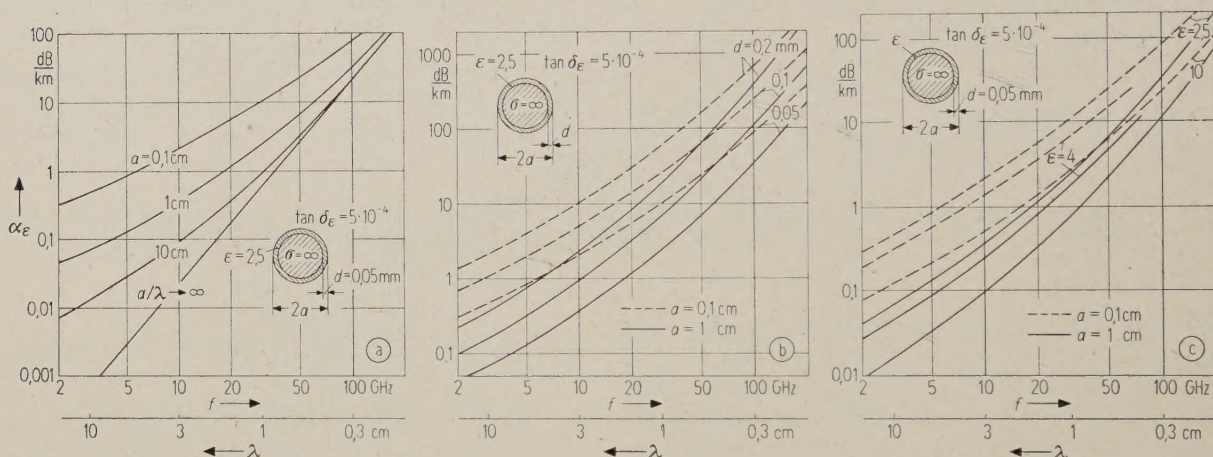


Bild 11. Dämpfung durch dielektrische Verluste für die HARMS-GOUBAU-Welle in Abhängigkeit von Frequenz und Leitungsdaten.

Praktisch kann man jede gewünschte Feldkonzentration durch geeignete Wahl der Leitungsdaten erzielen. Als einschränkende Begleiterscheinung ergibt sich jedoch eine zunehmende Dämpfung, so daß die Anwendung der HARMS-GOUBAU-Leitung immer zu

einem Kompromiß zwischen Feldausdehnung und Dämpfung führt.

Die numerischen Rechnungen wurden von den Herren Ingenieuren B. BELOW und M. LEMKE ausgeführt.

Schrifttum

- [1] SOMMERFELD, A., Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes. Ann. Phys. (3) **67** [1899], 233–290.
- [2] GOUBAU, G., Surface waves and their application to transmission lines. J. appl. Phys. **21** [1950], 1119–1128.
- [3] HARMS, F., Elektromagnetische Wellen an einem Draht mit isolierender zylindrischer Hülle. Ann. Phys. (4) **23** [1907], 44–60.
- [4] KADEN, H., Fortschritte in der Theorie der Drahtwellen. A.E.Ü. **5** [1951], 399–414.
- [5] PIEFKE, G., Zur Theorie der Harms-Goubau-Drahtwellenleitung bei Meterwellen. A.E.Ü. **9** [1955], 81–93.
- [6] ZINKE, O., Kabel und Funkweg im Mikrowellenbereich. Nachrichtentechn. Z. **10** [1957], 425–430.
- [7] SOMMERFELD, A., Vorlesungen über Theoretische Physik, Bd. III: Elektrodynamik. Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1948.
- [8] KADEN, H., Dielektrische und metallische Wellenleiter. A.E.Ü. **6** [1952], 319–332.
- [9] KADEN, H., Drahtwellenleiter, in MEINKE, H. H. und GUNDLACH, F. W., Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. Springer-Verlag, Berlin 1956, S. 240 ff.

Messung der Eigenschaften von dielektrischen Leitungen bei Millimeterwellen in einem optisch angekoppelten Resonator

Von GÜNTER SCHULTEN

Mitteilung aus dem Philips Zentrallaboratorium Hamburg

(A.E.Ü. 14 [1960], 163–166; eingegangen am 12. Februar 1960)

DK 621.317.341:621.372.8.029.64/.65

Dispersion und Dämpfung der HE_{11} -Welle an der dielektrischen Leitung wurden nach der Resonatormethode gemessen. Die Ankopplung des Resonators wurde nach optischen Gesichtspunkten ausgeführt. Als Kopplungselement dient ein nahezu durchlässiger Spiegel, bestehend aus einem dielektrischen Fadengitter. Messungen wurden bei Wellenlängen von 5 und 8 mm durchgeführt. Die Leitungen waren Polyäthylenfäden von verschiedenem Durchmesser. Die Abweichungen der Leitungswellenlänge von der Luftwellenlänge lagen zwischen 10^{-1} und $10^{-3}\%$, die Dämpfungskonstanten in der Nähe von 0,1 dB/m bei einer radialen Feldausdehnung von etwa 70 mm.

Dispersion and attenuation of the HE_{11} -mode of the dielectric rod have been measured using the resonator method. The coupling of the resonator has been effected according to optical principles. The coupling element is a nearly transparent mirror consisting of a grid of dielectric threads. Measurements have been made at wavelengths in the 5 and 8 mm region. The dielectric guides were polyethylene threads of various diameters. The deviations of the guide wavelength from the free space wavelength were between 10^{-1} and $10^{-3}\%$, the attenuation constant in the order of 0.1 dB/m while the radial field extent was about 70 mm.

1. Einleitung und Meßmethode

Die in der Mikrowellentechnik gebräuchlichen Hohlleiter sind im Gebiet der Millimeterwellen wegen ihrer großen Dämpfung für eine Fortleitung über größere Abstände ungeeignet. Unter den vorgeschlagenen anderen Leitungstypen, die diese Nachteile nicht besitzen, sind die dielektrische Leitung und die dielektrische Bildleitung wegen des einfachen Aufbaus besonders interessant.

Die dielektrische Leitung ist ein dielektrischer Stab oder Faden von rundem oder anderem Querschnitt [1]. Sie kann Oberflächenwellen führen, die zum Teil im Dielektrikum und zum Teil außerhalb verlaufen und bei geeigneter Dimensionierung der Leitung eine geringe Dämpfung aufweisen. Die dielektrische Bildleitung (image line) besteht aus einer leitenden Ebene und einem aufgeklebten dielektrischen Stab oder Faden von meist halbrundem Querschnitt ([2]–[5]). Sie hat ähnliche Eigenschaften wie die dielektrische Leitung.

Die Eigenschaften solcher Leitungen wie Dispersion (Leitungswellenlänge), Dämpfung (durch Leitungs- und Abstrahlungsverluste) und Ausdehnung des Feldes in die Umgebung lassen sich an kurzen Leitungsstücken nach der Resonatormethode messen. Sie besteht darin, daß man ein $n\lambda/2$ -langes Leitungsstück durch Anbringen von reflektierenden Abschlüssen an beiden Enden zu einem Resonator macht, dessen Resonanzeigenschaften bestimmt werden. Der Resonator muß zu diesem Zweck an eine Energiequelle und an einen Empfänger gekoppelt werden. Die Ankopplung muß möglichst lose sein, um die Rückwirkung von Quelle und Empfänger auf die Resonanzeigenschaften klein zu halten. Die gemessene Güte Q der Anordnung setzt sich zusammen aus der Güte Q_0 des unbelasteten Resonators und der Koppelgüte Q_K nach der Be-

ziehung

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_K}.$$

Lose Ankopplung bedeutet $Q_0 \ll Q_K$; man kann dann $Q \approx Q_0$ setzen.

Bei den Messungen an dielektrischen Leitungen von CHANDLER [6] und an dielektrischen Bildleitungen von KING und SCHLESINGER [4] wurde die Ankopplung zwischen dem Speise- und Abnahmehohlleiter und dem Resonator durch eine Lochblende hergestellt (Bild 1). Diese Ankopplung bringt jedoch Verluste mit sich, die man besonders bei Millimeterwellen, bei denen nur geringe Energien verfügbar sind, nicht in Kauf zu nehmen braucht. Die Verluste entstehen dadurch, daß die Lochblende nicht nur die gewünschte HE_{11} -Welle des dielektrischen Fadens, sondern noch höhere Wellentypen anregt, die sämtlich abgestrahlt werden, da ihre Grenzfrequenzen oberhalb der Betriebsfrequenz liegen. Der abgestrahlte Energieanteil ist um so größer, je kleiner die Lochblende verglichen mit der Feldausdehnung der HE_{11} -Welle, d. h. je loser die Ankopplung ist.

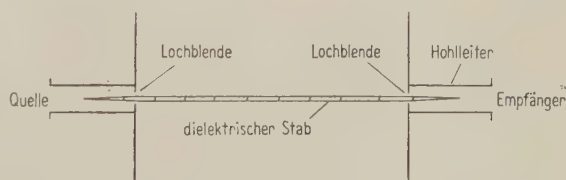
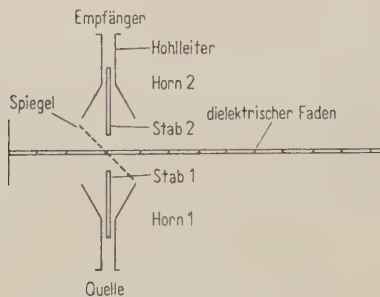


Bild 1. Ankopplung durch Lochblenden (schematisch).

In der vorliegenden Arbeit wurde daher eine andere Ankopplung benutzt, die diese Energieverluste wesentlich herabdrückt. Dabei wurde die HE_{11} -Welle nicht im Resonator selbst, sondern

außerhalb erzeugt und über einen fast durchlässigen Spiegel (Reflexionskoeffizient 1% oder kleiner) in den Resonator eingekoppelt. Der Spiegel verbindet den Resonator sowohl mit der Quelle als auch mit dem Empfänger. Der Anregungswirkungsgrad (launching efficiency) liegt bei dieser Anordnung in der Nähe von 90%.



[Bild 2. Optische Ankopplung.

Das Schema der Aufstellung zeigt Bild 2. Zwischen den beiden leitenden Endplatten, die zusammen mit dem dielektrischen Faden den Resonator bilden, ist der Spiegel unter 45° zur Leitung eingebaut. Er hat in der Mitte eine kleine Öffnung für den dielektrischen Faden. Die Mikrowellenenergie kommt vom Klystron über Hohlleiter zum Horn 1, das die Oberflächenwelle auf einem dünnen dielektrischen Stab 1 anregt. Die Oberflächenwelle wird am Spiegel teilweise in den Resonator eingekoppelt. Der größte Teil der Energie geht jedoch durch den Spiegel hindurch und wird vom Stab 2 und Horn 2 aufgefangen und dem Detektor zugeführt.

2. Berechnung der Eigenschaften des Resonators mit Ein- und Ankopplung

Bezeichnet man mit a_i die Amplituden der einlaufenden, mit b_i die der auslaufenden Wellen, so gilt für eine Verzweigung mit vier Armen [7]:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = (S) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Dabei ist S die Streumatrix, die für den durchlässigen Spiegel in der Anordnung von Bild 3 lautet:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & s_1 & is & 0 \\ s_1 & 0 & 0 & is \\ is & 0 & 0 & s_1 \\ 0 & is & s_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad s_1^2 = 1 - s^2.$$

Die reelle Zahl s ist der Kopplungsfaktor; $s^2 \ll 1$ ist der Energieanteil, der von der einfallenden Welle in den Resonator eingekoppelt wird, s_1^2 der Anteil, der durch den Spiegel hindurchgeht. Dabei sind Verlustfreiheit und ideale Richtwirkung des Spiegels vorausgesetzt. Letzteres bedeutet: Beugung an den Spiegelnärrändern wird nicht berücksichtigt.

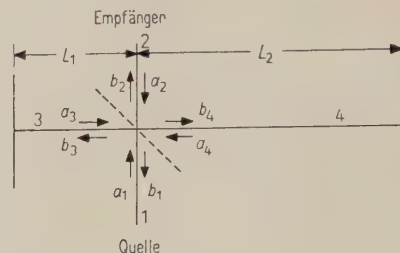


Bild 3. Schema der Spiegelanordnung mit Bezeichnung der vier Arme und der Teilwellen.

Die Endplatten des Resonators werden vollkommen reflektierend angenommen¹. Die Ausbreitungskonstante der dielektrischen Leitung ist $\gamma = \alpha + i\beta$, wobei α die Dämpfungskonstante und $\beta = 2\pi/\lambda$ ist (λ Wellenlänge auf der Leitung). An Hand von Bild 3 ergeben sich die Gleichungen

$$a_3/b_3 = -e^{-2\gamma L_1}, \quad a_4/b_4 = -e^{-2\gamma L_2}.$$

Bei angepaßtem Detektor ($a_2 = 0$) und Normierung der Amplitude der einfallenden Welle ($a_1 = 1$) ergibt sich aus Gl. (1):

$$\begin{aligned} b_1 &= s_1 a_2 + is a_3 = -is b_3 e^{-2\gamma L_1}, \\ b_2 &= s_1 a_1 + is a_4 = s_1 - is b_4 e^{-2\gamma L_2}, \\ b_3 &= is a_1 + s_1 a_4 = is - s_1 b_4 e^{-2\gamma L_2}, \\ b_4 &= is a_2 + s_1 a_3 = -s_1 b_3 e^{-2\gamma L_1}. \end{aligned}$$

b_2 ist die Amplitude der am Detektor ankommenden Welle. Sie läßt sich aus den drei letzten Gleichungen berechnen:

$$b_2 = s_1 \frac{1 - e^{-2\gamma L}}{1 - s_1^2 e^{-2\gamma L}},$$

dabei ist $L = L_1 + L_2$. Die Rechnung wird einfacher, wenn man

$$s_1 = e^{-\delta}$$

setzt, wobei δ eine reelle positive Zahl ist. Dann wird

$$b_2 = \frac{\sinh \gamma L}{\sinh(\gamma L + \delta)}.$$

Bei Änderung der Länge L (Abstimmen des Resonators) oder bei Änderung von β (Änderung der Frequenz) durchläuft $|b_2|$ Maxima und Minima. Die Maxima liegen bei

$$L = \frac{2n+1}{4} \lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

und haben den Wert

$$|b_2|_{\max} = \frac{\cosh \alpha L}{\cosh(\alpha L + \delta)}.$$

Die Minima liegen bei

$$L = \frac{n}{2} \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

und haben den Wert

¹ Der Reflexionsfaktor für eine Messingplatte bei $\lambda = 5$ mm ist $r = 0,9992$, was einer Dämpfung von 0,007 dB bei einmaliger Reflexion entspricht.

$$|b_2|_{\min} = \frac{\sinh \alpha L}{\sinh(\alpha L + \delta)}.$$

Die Halbwertspunkte der Resonanzkurve sind dadurch definiert, daß dort $|b_2|^2$ das arithmetische Mittel aus Maximum und Minimum annimmt. Das dazugehörige βL ist dann gegeben durch

$$\tan \beta L = \tanh(\alpha L + \delta).$$

Mit λ' Resonanzwellenlänge und $\Delta\lambda = 2(\lambda' - \lambda)$ Halbwertsbreite der Resonanzkurve wird

$$\begin{aligned} \beta L &= \frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda' \mp \Delta\lambda/2} \approx \frac{2\pi L}{\lambda'} \left(1 \pm \frac{\Delta\lambda}{2\lambda'}\right) = \\ &= \beta' L \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right), \end{aligned}$$

wenn $\beta' = 2\pi/\lambda'$ und $Q = \lambda'/\Delta\lambda$ die Güte ist.

Für kleine Dämpfungen, $\alpha L \ll 1$, und lose Ankopplung, $\delta \ll 1$, erhält man

$$\tan \beta L \approx \frac{\beta' L}{2Q} \approx \alpha L + \delta$$

$$\text{oder} \quad \frac{1}{Q} = \frac{\alpha \lambda'}{\pi} + \frac{\delta \lambda'}{\pi L},$$

das heißt

$$Q_0 = \frac{\pi}{\alpha \lambda'}, \quad (2)$$

$$Q_K = \frac{\pi L}{\delta \lambda'} = \frac{2\pi}{s^2} \frac{L}{\lambda'}. \quad (3)$$

3. Messung von Dispersion und Dämpfung

Die Leitungswellenlänge λ läßt sich bei bekannter Luftwellenlänge λ_0 prinzipiell aus der Länge L des Resonators berechnen. Solange nur ein unwesentlicher Bruchteil des Feldes im Dielektrikum verläuft und zudem die Dämpfung klein ist, sind beide Wellenlängen nahezu gleich. Da ferner λ_0 nicht mit genügender Genauigkeit bekannt ist, ist die Bestimmung von λ auf diese Weise nicht möglich. Die Meßapparatur erlaubt aber — ohne Kenntnis von λ_0 — die direkte Messung von λ_0/λ . Entfernt man nämlich den dielektrischen Faden aus dem Resonator, so bilden die beiden Endplatten mit dem Spiegel ein optisches Interferometer. Der Plattenabstand L_0 , bei dem Auslöschung im Empfängerarm auftritt, ist dann verschieden vom Plattenabstand L , bei dem mit dielektrischem Faden Resonanz auftritt. Die Differenz Δl von L_0 und L kann durch Verschieben der einen Endplatte gemessen werden. Man hat

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{L + \Delta l}{L} = 1 + \frac{\Delta l}{L}.$$

Die Dämpfungskonstante der Leitung ergibt sich nach Gl. (2) aus der Güte Q_0 . Die Halbwertsbreite der Resonanzkurve kann bei konstanter Frequenz durch Verstimmen des Resonators gemessen werden. Eine Änderung der Länge L , d. h. eine Parallelverschiebung der einen Endplatte, um ΔL verschiebt die Resonanzwellenlänge λ' um $\Delta\lambda'$. Der

Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ der Resonanzkurve entspricht die Verschiebung ΔL , und für die Güte des Resonators gilt

$$Q = \frac{\lambda'}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\Delta L}.$$

Die beiden charakteristischen Größen einer Leitung, Phasen- und Dämpfungskonstante, lassen sich also durch einfache Längenmessungen bestimmen.

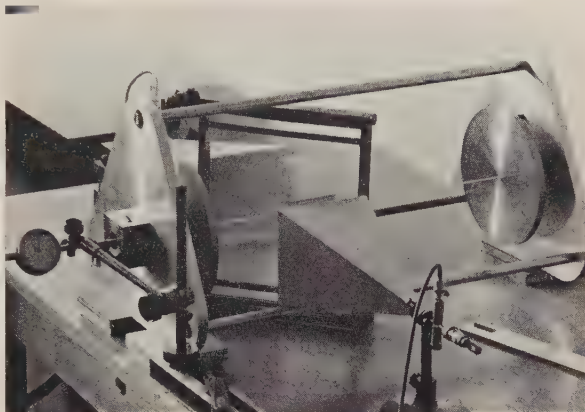


Bild 4. Die Meßanordnung.

Bei der in Bild 4 wiedergegebenen Meßanordnung besteht der Resonator aus gedrehten Messingplatten von 200 mm Durchmesser. Eine von ihnen ist mit Hilfe eines Mikrometertriebes um 10 mm verschiebbar. Die Verschiebungen sind an einer Meßuhr ablesbar. Die zweite Platte lagert in einem Kugelgelenk und kann mit Hilfe von Justierschrauben bewegt und der ersten genau parallel gestellt werden. Die Halterungen der beiden Platten sind über drei Stangen fest miteinander verbunden. Diese Verbindung kann gelöst werden, wenn kleinere oder größere Abstände der Platten erwünscht sind. Der normale Plattenabstand beträgt 0,5 m. Beide Platten sind in der Mitte durchbohrt (Lochdurchmesser 1 mm). Der zu untersuchende Faden wird durch diese Löcher geführt, auf der einen Seite befestigt und auf der anderen Seite über eine Rolle durch ein Gewicht gespannt. Der Spiegel besteht aus einem Gitter von Nylonfäden. Die Fäden haben einen Durchmesser von 0,1 mm und Abstände von 0,3 mm. Bei einer Wellenlänge von 5 mm und einer elektrischen Polarisation parallel zur Richtung der Fäden koppelt das Gitter einige Promille der Energie der Dipolwelle aus. In der dazu senkrechten Polarisation ist dieser Energiebetrag etwa um den Faktor 3 kleiner. In den ersten Versuchen wurden dielektrische Folien als Spiegel benutzt; sie ließen sich aber nicht genügend eben aufspannen.

Messungen wurden an einer großen Zahl von selbst hergestellten Polyäthylenfäden bei verschiedenen Wellenlängen durchgeführt. Die Länge des Resonators variierte zwischen 0,5 m und 3,9 m. Bild 5 zeigt gerechnete und gemessene Werte der Dispersion $(\lambda_0/\lambda) - 1 = (c/v) - 1$. Die Phasengeschwindigkeit v der Dipolwelle weicht bei den hier untersuchten dünnen Fäden nur außerordentlich wenig von c ab.

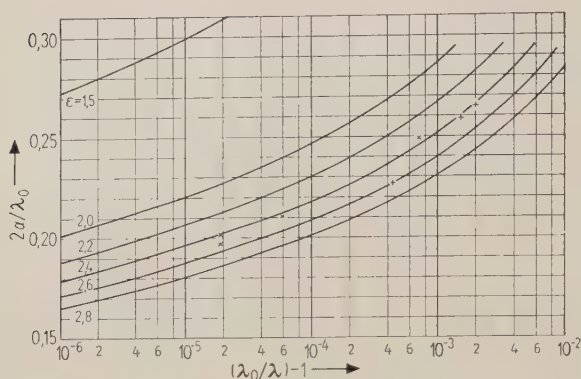


Bild 5. Dispersion der Dipolwelle auf rundem dielektrischem Faden; λ_0 Luftwellenlänge, λ Leitungswellenlänge;

— gerechnet,
× Meßpunkte bei $\lambda = 5,08$ bis $5,4$ mm,
+ Meßpunkte bei $\lambda = 8,2$ mm.

Die kleinsten Dämpfungen wurden gemessen bei $2a/\lambda$ (Fadendurchmesser/Wellenlänge) zwischen 0,2 und 0,3 (Bild 6). Bei größeren Werten von $2a/\lambda$ steigen die Verluste im Faden, bei kleineren Werten wird die Feldausdehnung so groß, daß Abstrahlungen an den Plattenrändern und an der Spiegelhalterung auftreten. Die theoretische Kurve in Bild 6 berücksichtigt diese Abstrahlung nicht. Sie beschreibt deswegen nur die Verhältnisse für $2a/\lambda > 0,25$. Die große Streuung in den Dämpfungswerten hat ihre Ursache in der verschiedenen Beschaffenheit und der Ungleichmäßigkeit der Fäden. Sie wurden aus der Schmelze hergestellt, die durch entsprechende Düsen gepreßt wurde. Der niedrigste Dämpfungswert wurde an einem Faden von 1,3 mm Durchmesser bei $\lambda = 5,17$ mm beobachtet (0,09 dB/m). Der Resonator hatte dabei eine Länge von 3,9 m und eine Güte von $Q = 57000$. Der Radius der Feldausdehnung war etwa 70 mm.

Um Abstrahlungen zu vermeiden, muß der Faden möglichst gerade gespannt sein: er darf um so weniger durchhängen, je größer die Feldausdehnung ist. Bei $\lambda = 5$ mm und einem Feldradius von etwa 70 mm darf der Faden nur 1 bis 2% durchhängen.

Unterstützen des Fadens, z. B. durch Aufhängen an dünnen Fäden, verursacht ebenfalls Abstrahlungsverluste.

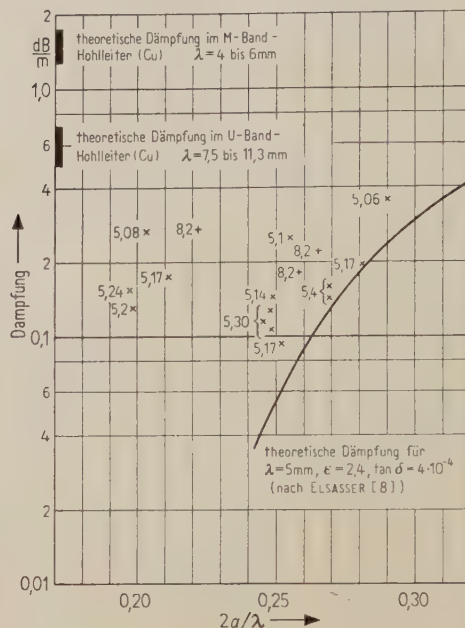


Bild 6. Dämpfung der Dipolwelle auf rundem dielektrischem Faden (Polyäthylen); $2a$ Fadendurchmesser. Die Zahlen neben den Meßpunkten bedeuten Wellenlängen in mm.

Schrifttum

- [1] SCHELKUNOFF, S. A., Electromagnetic waves. D. van Nostrand Co., New York 1943, S. 425—428.
- [2] KING, D. D., Properties of dielectric image lines. Transact. Inst. Radio Engrs. MTT-3 [1955], 75—81.
- [3] KING, D. D., Circuit components in dielectric image lines. Transact. Inst. Radio Engrs. MTT-3 [1955], 35—39.
- [4] KING, D. D. und SCHLESINGER, S. P., Losses in dielectric image lines. Transact. Inst. Radio Engrs. MTT-5 [1957], 31—35.
- [5] SCHLESINGER, S. P. und KING, D. D., Dielectric image lines. Transact. Inst. Radio Engrs. MTT-6 [1958], 291—299.
- [6] CHANDLER, C. H., An investigation of dielectric rod as wave guide. J. appl. Phys. 20 [1949], 1188—1192.
- [7] MONTGOMERY, C. G., DICKE, R. H. und PURCELL, E. M., Principles of microwave circuits. McGraw-Hill Book Co., New York 1948, Kap. 5, S. 130—161.
- [8] ELSASSER, W. M., Attenuation in a dielectric circular rod. J. appl. Phys. 20 [1949], 1193—1196.

Das Verhalten von Dipolimpedanzen bei zeitlich exponentieller Erregung der Dipole

Von KURT FRÄNZ

Mitteilung aus dem Forschungsinstitut der Telefunken GmbH., Ulm (Donau)

(A.E.Ü. 14 [1960], 167–168; eingegangen am 3. März 1960)

DK 621.396.674.3

Für analytische Fortsetzungen von Dipolimpedanzen und Strahlungsfeldern von Frequenzen $p = j\omega$ zu Frequenzen $p = \nu > 0$ gilt ein einfaches Variationsprinzip: Die Leistung P an den Dipolklemmen

$$\nu \varepsilon_0 P = \int \left(\text{rot}^2 H + \frac{\nu^2}{c^2} H^2 \right) dv$$

nimmt ein Minimum für das den Maxwell'schen Gleichungen genügende Magnetfeld H an. Zulässige Vergleichsfunktionen sind alle Felder $H + \eta$, deren erste Ableitungen nach den Ortskoordinaten stetig sind, deren Variation η an den Antennenklemmen verschwindet und die im Unendlichen beschränkt sind. Aus diesem Minimalprinzip ergeben sich Aussagen über die Abhängigkeit der Impedanz von der Dipolgröße und von der Frequenz $\nu > 0$.

A simple variational principle is proven for analytical continuations of dipole impedances and radiation fields from frequencies $p = j\omega$ to frequencies $p = \nu > 0$: the power P in the antenna terminals

$$\nu \varepsilon_0 P = \int \left(\text{rot}^2 H + \frac{\nu^2}{c^2} H^2 \right) dv$$

becomes a minimum for the magnetic field H satisfying Maxwell's equations. Admissible varied fields are all fields $H + \eta$, if their first derivatives are continuous, if $\eta \equiv 0$ in the infinitesimal neighbourhood of the dipole terminals and if η is finite at infinite distance from the antenna. Simple theorems can be obtained for the relation between the impedance of the dipole and its size or its dependence on the frequency $\nu > 0$.

Zur mathematischen Behandlung von Hohlraumfeldern stehen viele Methoden zur Verfügung; weitreichend und auch bei numerischen Rechnungen brauchbar sind Variationsverfahren, bei denen man im Gegensatz zur direkten Lösung des Randwertproblems der Maxwell'schen Gleichungen nicht darauf angewiesen ist, den Hohlraumresonator aus konfokalen Flächen zweiten Grades aufzubauen, um die Maxwell'schen Gleichungen in gewöhnliche Differentialgleichungen separieren zu können. Bei Ausstrahlungsproblemen von Antennen versagen die meisten Variationsansätze, weil im Gegensatz zum Hohlraumfeld bei gewöhnlichen Frequenzen $p = j\omega$ die im Strahlungsfeld enthaltene magnetische Energie $\int \mu_0 H H^* dv$ und die elektrische Energie $\int \varepsilon_0 E E^* dv$ unendlich ist.

Untersucht man jedoch die Impedanz nicht bei gewöhnlichen — imaginären — Frequenzen $p = j\omega$, sondern bei reellen Frequenzen $p = \nu > 0$, also bei zeitlich exponentiell ansteigender Erregung $e^{\nu t}$, so erhält man wieder endliche Ausdrücke für die Energien und damit auch einfache Variationsprinzipien, aus denen sich leicht Aussagen über das Verhalten der Impedanz bei reellen Frequenzen $p = \nu > 0$ ergeben. Die Felder verhalten sich dann nämlich in großer Entfernung r von der Antenne wie $e^{-\nu r/c}/r$. Wir untersuchen also analytische Fortsetzungen der Impedanz und des Strahlungsfeldes von Frequenzen $p = j\omega$ zu Frequenzen $p = \nu > 0$.

Alle Impedanzen sind bei reellen Frequenzen reell. Wir werden insbesondere folgende Sätze herleiten:

Lassen sich zwei Dipole so anordnen, daß einer ganz im Inneren des anderen enthalten ist, so hat der kleinere von ihnen bei gegebener Frequenz $\nu > 0$ die größere Impedanz. Ist ein Dipol so beschaffen, daß jede von seiner Speisestelle ausgehende Halbgerade seine Oberfläche nur einmal schneidet, so nimmt seine Impedanz mit wachsender Frequenz $\nu > 0$ monoton ab.

Zum Beweis unserer Behauptungen untersuchen wir die gesamte im Feld außerhalb der beiden ideal leitenden Dipolararme enthaltene Energie

$$\int (\mu_0 H^2 + \varepsilon_0 E^2) dv$$

und die der Antenne bei der Frequenz ν zugeführte Leistung P

$$P = \nu \int (\mu_0 H^2 + \varepsilon_0 E^2) dv.$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen erhält man

$$\text{rot } H = \nu \varepsilon_0 E,$$

$$\text{rot } E = -\nu \mu_0 H$$

und

$$[H, H] = \nu \varepsilon_0 P = \int \left(\text{rot}^2 H + \frac{\nu^2}{c^2} H^2 \right) dv, \\ c^2 \varepsilon_0 \mu_0 = 1.$$

Die Leistung P wird zum Minimum, wenn man unter dem Integral die zum Dipol gehörige Lösung der Maxwell'schen Gleichungen einsetzt; als Vergleichsfunktionen $H + \eta$ sind alle Felder zugelassen,

deren erste Ableitungen nach den Ortskoordinaten stetig sind, deren Variation η in der Speisestelle verschwindet und die im Unendlichen beschränkt sind. Wir betrachten also Felder mit gegebenem Strom in den Antennenklemmen. Es gilt

$$[H + \eta, H + \eta] = [H, H] + 2[H, \eta] + [\eta, \eta].$$

Wenn man für alle zulässigen η zeigen kann, daß $\delta P \approx [H, \eta] \equiv 0$ gilt, so ist auch unsere Behauptung bewiesen, daß

$$[H + \eta, H + \eta] \geq [H, H] > 0$$

ist. Wegen

$$\operatorname{rot} \eta \operatorname{rot} H - \eta \operatorname{rot} \operatorname{rot} H = \operatorname{div} (\eta \times \operatorname{rot} H)$$

erhält man

$$\begin{aligned} [H, \eta] &= \int \left(\operatorname{rot} H \operatorname{rot} \eta + \frac{\nu^2}{c^2} H \eta \right) dv = \\ &= \int \eta \left[\operatorname{rot} \operatorname{rot} H + \frac{\nu^2}{c^2} H \right] dv + \int \operatorname{div} (\eta \times \operatorname{rot} H) dv. \end{aligned}$$

Das erste Integral verschwindet, weil die eckige Klammer für alle den Maxwell'schen Gleichungen genügenden Felder H verschwindet. Für das zweite Integral finden wir

$$\int \operatorname{div} (\eta \times \operatorname{rot} H) dv = \int (\eta \times \operatorname{rot} H) d\sigma.$$

Das Oberflächenintegral verschwindet in der Umgebung der Antennenklemmen, weil dort $\eta \equiv 0$ ist, auf dem Dipol, weil dort $\operatorname{rot} H \approx E$ auf σ senkrecht steht, und im Unendlichen, weil dort $|\eta| \cdot |H|$ wie $r^{-1}e^{-\nu r/c}$ verschwindet. Wir mußten also gar

nicht verlangen, daß das Zusatzfeld auf der Dipoloberfläche einer Randbedingung genügt. Dagegen darf man die Forderung nach Stetigkeit der ersten Ableitungen nicht mildern, in dem man nur stückweise Stetigkeit der Ableitungen fordert.

Ist nun ein Dipol 1 mit bikonischer Speisestelle ganz in einem Dipol 2 mit bikonischer Speisestelle vom gleichen Öffnungswinkel enthalten, so ist das richtige Feld des Dipols 1 ein zulässiges Feld für den Dipol 2. Die zum Dipol 2 gehörige Energie kann also höchstens so groß sein wie der im Außenraum des Dipoles 2 enthaltene Teil der zum Dipol 1 gehörigen Energie. Dasselbe gilt bei fester Frequenz auch für die Leistungen und, da wir den Klemmstrom nicht variiert haben, auch für die Impedanz. Die Impedanz ist nun eine Funktion des Produktes νl , wobei l ein Maßstabsfaktor ist. Entsteht bei Vergrößerung des Maßstabsfaktors, also bei ähnlicher Vergrößerung des Dipols, ein den Dipol 1 ganz enthaltender größerer Dipol 2, so ist bei fester Frequenz $\nu > 0$ die Impedanz des größeren Dipoles 2 kleiner als die des ersten Dipoles 1. Bei fester Größe l des Dipoles nimmt also die Impedanz monoton mit wachsender Frequenz ab.

Führt man analoge Betrachtungen für Innenraumprobleme durch, also z. B. für ein kurzgeschlossenes Kabelstück der festen Länge l , so findet man, daß die Kabelimpedanz mit wachsender reeller Frequenz $\nu > 0$ monoton wächst. Das kann man natürlich an Hand der Formel

$$Z = Z_0 \tanh \nu l / c$$

für die Kabelimpedanz bestätigen.

BUCHBESPRECHUNG

Elsevier's Fachwörterbuch der Nachrichtentechnik (in 6 Sprachen, zusammengestellt von A. VISSER). R. Oldenbourg Verlag, München 1960, VIII, 1012 Seiten mit 9928 Einträgen, 15 cm \times 22,5 cm, Ganzleinen DM 87,—.

Dieses Wörterbuch enthält Fachausdrücke der Nachrichtentechnik in den sechs Sprachen Englisch/Amerikanisch, Französisch, Spanisch, Italienisch, Deutsch und Niederländisch. Die Stichworte des einleitenden Hauptverzeichnisses sind nach dem englischen Alphabet geordnet und in jeder der beiden Spalten folgen auf das Stichwort die entsprechenden Bezeichnungen in den anderen Sprachen. Auf das Hauptverzeichnis folgen alphabetische Wörterverzeichnisse für die einzelnen Sprachen mit Daumenregister, deren Ziffern auf die entsprechende Stelle im Hauptverzeichnis verweisen, wo an einer einzigen Stelle alle entsprechenden Begriffe in den anderen Sprachen gefunden werden können. Das Buch ist sehr gut ausgestattet: biegsamer Einband, griffestes holzfreies Papier und handliches Format. Dieser Band schließt sich der Reihe der anderen beim Oldenbourg-Verlag erschienenen Elsevier'schen Wörterbüchern an. Durch Weglassen der bei früheren Bänden gebrachten englischen Definitionen, kleineren Druck und Hintereinanderanordnung der einzelnen Bedeutungen jedes Stichworts hat man Platz gespart, so daß anstatt der rund 2000 Einträge in früheren Bänden diesmal fast 10 000 aufgenommen werden konnten, darunter auch manche Zeitwörter. Diese Umfangsvergrößerung ist auch wichtig, denn die Nachrichtentechnik ist riesengroß und umfaßt nicht nur die

Drahtfernmeldetechnik mit und ohne Trägerfrequenztechnik, sondern auch Verkehrsfunk, Kurzwellenfernsprechen, Transozeantelephonie und vieles mehr. Beschränkung ist daher notwendig und dieses Werk befaßt sich offensichtlich vorwiegend mit drahtgebundener Nachrichtenübermittlung. Bedenkt man den ohnehin großen Platzbedarf durch die Vielsprachigkeit, so müßte man aber auch verlangen, daß alle in diesen Rahmen nicht gehörenden Wörter aus Atomtheorie, Werkzeugkunde, Eisenbahntechnik, Kältetechnik, Halbleitertechnik, Kraftfahrt usw. ausgemerzt würden und dafür solche aus der Trägerfrequenztechnik aufgenommen würden, die der Leser vermißt wie Vorgruppe, Grundgruppe, Gruppentausch, Durchschaltfilter, Getrenntlageverfahren, Gleichlageverfahren, Umsetzer usw. Der Leser ist auch peinlich berührt durch eigenartige Worte wie „Schell“ (für engl.: „bell“), Nipkopf-Scheibe, Gegenfunk (engl.: anti-spark disc), Gleicher (engl.: balance) und viele Druckfehler, wie Siebenpohlröhre, Kohlenmikrophon, Schwingrad, Nahmengeber, Fernhöhrer, um nur einige zu nennen. Bei kommenden Auflagen kann somit noch manches verbessert werden. Die mit der Herstellung eines so umfangreichen Wörterbuches verbundene Arbeit ist auf alle Fälle eine bewundernswerte Leistung, aber der eigentliche Wert eines technischen Wörterbuches wird doch immer danach veranschlagt werden, inwieweit es alle einigermaßen im Rahmen liegenden Fragen beantwortet und wie weit der Benutzer sich bedingungslos auf seine Auskunft verlassen kann, denn nicht jeder technische Übersetzer kann ein voll ausgebildeter Techniker sein.

W. KAUTTER

Bewegungen der F-Schicht der Ionosphäre bei erdmagnetischen Bai-Störungen

Von HARRY KOHL

Mitteilung aus dem Max-Planck-Institut für Aeronomie, Institut für Ionosphären-Physik,
Lindau über Northeim/Hann.

(A.E.Ü. 14 [1960], 169–176; eingegangen am 21. Dezember 1959)

Während positiver erdmagnetischer Bai-Störungen läßt sich durch Bestimmung der wahren Höhen der F-Schicht der Ionosphäre ein Ansteigen dieser Schicht feststellen. Nach der Bai sinkt die Schicht wieder ab. Zum Verständnis des ersten Effektes läßt sich die Theorie benutzen, die D. F. MARTYN für erdmagnetische Stürme entwickelt hat. Diese Theorie wird hier weiter ausgeführt, insbesondere wird der Einfluß des Neutralgases berücksichtigt. Für das Absinken der Schicht, das unter dem Einfluß von Schwerkraft und Diffusion erfolgt, lassen sich die Bewegungsgleichungen des Plasmas nur näherungsweise lösen.

Die Ergebnisse der hier gebrachten Überlegungen erlauben zwei Anwendungen. Aus der gemessenen Bewegung beim Schichtanstieg und der gleichzeitig registrierten erdmagnetischen Bai-Störung läßt sich die über die Höhe integrierte Leitfähigkeit der Ionosphäre berechnen. Ferner kann man aus der Sinkgeschwindigkeit der Schicht nach der Bai die Neutralgasdichte näherungsweise abschätzen. Auf diese Weise erhält man in Lindau für die über die Höhe integrierte Leitfähigkeit am 13. 1. 1958 um etwa 23.00 h MEZ $\int \sigma dh \approx 10^{13} \text{ cgs} \pm 10 \Omega^{-1}$ und für die Neutralgasdichte am 14. 1. 1958 um etwa 01.00 h MEZ $\rho_n \geq 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ in 350 km Höhe.

During positive-going geomagnetic bay disturbances a determination of the true heights of the ionospheric F-layer reveals that this layer rises. After the bay disturbance the layer sinks again. For an understanding of the first effect use can be made of the theory developed by D. F. MARTYN for geomagnetic storms. That theory is further expanded, taking into account in particular the influence of the neutral gas. For the sinking of the layer under the influence of gravity and diffusion the motional equations of the plasma can be solved only approximately.

The results of these considerations allow two applications. From the motion that is measured as the layer rises and the simultaneously recorded geomagnetic bay disturbance the integral of the ionospheric conductivity over the height can be calculated. From the sinking rate of the layer following the bay disturbance the neutral gas density can furthermore be estimated approximately. In this manner there is found at Lindau for the conductivity integral over the height at about 23.00 h MET on January 13, 1958 $\int \sigma dh \approx 10^{13} \text{ cgs} \pm 10 \Omega^{-1}$ and for the neutral gas density at about 01.00 h MET on January 14, 1958 $\rho_n \geq 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ at a height of 350 km.

Einleitung

Bei einer Fülle von Erscheinungen sind Beziehungen zwischen Erdmagnetismus und Ionosphäre nachgewiesen worden. Die vorliegende Arbeit behandelt erdmagnetische Bai-Störungen und die im Zusammenhang mit ihnen auftretenden Bewegungen in der Ionosphäre. Die Bai-Störungen haben ihren Namen daher, daß sie auf magnetischen Registrierungen, die das Magnetfeld der Erde darstellen, als Ausbuchtungen (Bais) erscheinen. Ihre Dauer beträgt bis zu zwei Stunden, und die Größe der Störampplitude liegt durchschnittlich bei 20γ ($1 \gamma = 10^{-5} \text{ Gauß}$). Es kommen jedoch auch starke Störungen bis zu 100γ vor. H. KAMIYAMA [1] hat während solcher Bais eine Zunahme der h'_F -Werte festgestellt. Ebenso hat W. BECKER [2], [3] durch Bestimmung der wahren Höhen aus Ionosphärenregistrierungen nachgewiesen, daß die F-Schicht während einer Bai ansteigt und nach der Störung wieder absinkt.

Der Entstehungsort einer Bai liegt in den polaren Breiten. Ihre Wirkung in mittleren Breiten beruht auf einem elektrischen Feld, das in der Polarlichtzone entspringt. Dieses Feld erzeugt in der leitenden Ionosphäre Ströme, die eben jene magnetische

Störung hervorrufen (siehe z. B. bei N. FUKUSHIMA [4]). D. F. MARTYN [5] hat errechnet, daß ein solches elektrisches Feld auch Höhenänderungen der Ionosphärenschichten bewirken muß. Er hat jedoch die Mitbewegung des Neutralgases in seiner Rechnung nicht berücksichtigt.

In der vorliegenden Arbeit wird folgendes untersucht:

1. Die vertikale Bewegung der F-Schicht während und nach erdmagnetischen Bais wird ermittelt, und zwar durch Auswertung der wahren Höhen aus Ionosphärenregistrierungen.
2. Die gleiche Bewegung wird theoretisch behandelt. Dabei werden die Eulerschen Bewegungsgleichungen eines Plasmas zugrunde gelegt, wie sie von I. LUCAS und A. SCHLÜTER [6] angegeben sind. Beim Schichtanstieg während der Störung wird im Unterschied zu D. F. MARTYN die Mitbewegung des Neutralgases berücksichtigt.
3. Die Ergebnisse der Rechnung legen es nahe, zu versuchen, ob man durch Vergleich von gemessener und gerechneter Schichtbewegung Aussagen über Leitfähigkeit und Neutralgasdichte in der Ionosphäre machen kann.

1. Beobachtungsergebnisse

Die vertikale Bewegung einer Ionosphärenschicht läßt sich aus Ionogrammen bestimmen. In der vorliegenden Arbeit wurden $h'(f)$ -Ionogramme der Station Lindau/Harz benutzt. Nach einem von W. BECKER [3] angegebenen Verfahren ist daraus die wahre Verteilung der Elektronendichte $h(f_0)$ bestimmt worden. Bild 1 zeigt das Ergebnis der Auswertung für eine besonders starke Bai. Parameter der Kurvenschar ist das Verhältnis f_0/f_c , wobei f_0 die jeweils betrachtete Plasmafrequenz und f_c die ordentliche Grenzfrequenz der F-Schicht ist. Die oberste (gestrichelte) Kurve gilt für $f_0/f_c = 1$, d. h. für das Schichtmaximum, die übrigen Kurven in der Reihenfolge von oben nach unten für $f_0/f_c = 0,95; 0,90; 0,80; 0,70; 0,60$ und $0,50$. Als Ordinate ist die wahre Höhe der Reflexionsniveaus aufgetragen. Aus Bild 1 ersieht man, daß während der Störung die Schicht ansteigt, und zwar insgesamt um fast 200 km. Nach der Störung sinkt die Schicht langsam wieder ab mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von etwa 10 m/s. Anfang und Ende des Schichtanstiegs stimmen sehr gut mit Beginn und Schluß der Bai überein. Besonders interessant ist, daß die Niveaulinien recht gut parallel zueinander verlaufen. Das bedeutet, daß sich alle Teile der Schicht mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, das Schichtmaximum ebenso wie die Unterkante.

In der hier beschriebenen Weise sind noch fünf weitere Bais ausgewertet worden. Sie geben grundsätzlich die gleichen Ergebnisse.

2. Theorie des Anstiegs der F-Schicht während einer Bai-Störung

2.1. Lösung der Bewegungsgleichungen

In diesem Abschnitt wollen wir uns mit der Wirkung der Bai-Störung selbst — nämlich mit dem Anstieg der F-Schichthöhe während der Störung — beschäftigen und versuchen, diesen theoretisch zu verstehen. Das Zustandekommen von Bais ist noch nicht in allen Einzelheiten geklärt, doch stimmen alle derzeitigen Theorien darin überein, daß der Effekt in mittleren Breiten durch ein elektrisches Feld hervorgerufen wird, das seinen Ursprung in der Polarlichtzone hat. Dieses Feld erzeugt in der Ionosphäre Ströme, die den magnetischen Effekt hervorrufen (das gilt wiederum nur für mittlere Breiten). Aber auch ein Höhenanstieg der F-Schicht kann, wie D. F. MARTYN gezeigt hat, auf ein solches Feld zurückgeführt werden.

Nehmen wir an, das elektrische Feld liege in x -Richtung und das Erdmagnetische Feld in z -Richtung (Bild 2). Dann erfolgt nach D. F. MARTYN [5] eine Drift des Plasmas in negativer y -Richtung mit

$$v_{y-} = v_{y+} = -c \frac{E_x}{F}, \quad (1)$$

$$F = |\mathbf{H}|,$$

wobei die Indizes $+$ und $-$ sich auf Ionen bzw. Elektronen beziehen. Diese Drift besitzt aber eine

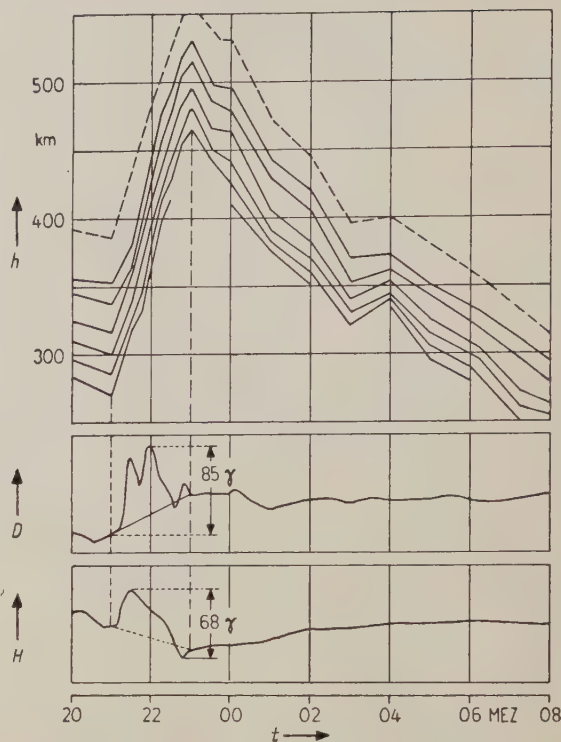


Bild 1. Bai-Störung am 13. 1. 1958.

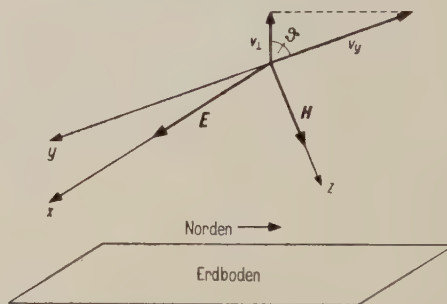


Bild 2. Drift eines Plasmas unter der Einwirkung einer elektrischen Feldstärke.

vertikale Komponente (Bild 2), die den eingangs beschriebenen Höhenanstieg der F-Schicht erklärt.

D. F. MARTYN'S Ableitung der obigen Gleichung geht von den einfachen Bewegungsgleichungen geladener Teilchen im Magnetfeld aus:

$$m_{\pm} \frac{d\mathbf{v}_{\pm}}{dt} + m_{\pm} \mathbf{v}_{\pm} \mathbf{v}_{\pm} = \pm e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{\pm}, \mathbf{H}] \right).$$

Dabei gilt das „Reibungsglied“ $m_{\pm} \mathbf{v}_{\pm} \mathbf{v}_{\pm}$ nur unter einschränkenden Voraussetzungen. Insbesondere ist nicht berücksichtigt, daß ein bewegtes Plasma das Neutralgas ebenfalls in Bewegung setzt. Streng genommen muß zwischen je zwei Gaskomponenten 1 und 2 ein „Reibungsglied“ der Form $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ angesetzt werden, das den Impulsaustausch zwischen den verschiedenen Teilchensorten in Rechnung stellt. I. LUCAS und A. SCHLÜTER [6] haben nun Bewegungsgleichungen aufgestellt, die diesen Anforderungen genügen. Es handelt sich um drei gekoppelte Vektorgleichungen. Sie lauten:

$$\begin{aligned} \varrho_n \frac{dv_n}{dt} + \beta_- (v_n - v_-) + \beta_+ (v_n - v_+) = \\ = -\text{grad } p_n + \varrho_n g, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varrho_- \frac{dv_-}{dt} + \alpha (v_- - v_+) + \beta_- (v_- - v_n) = \\ = -\text{grad } p_- + \varrho_- g - N_p \frac{e}{c} [v_-, H] - N_p e E, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varrho_+ \frac{dv_+}{dt} + \alpha (v_+ - v_-) + \beta_+ (v_+ - v_n) = \\ = -\text{grad } p_+ + \varrho_+ g + N_p \frac{e}{c} [v_+, H] + N_p e E. \end{aligned} \quad (4)$$

Dabei bedeuten:

$\varrho_-, \varrho_+, \varrho_n$ Dichte des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases,

p_-, p_+, p_n Partialdruck des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases,

N_n Anzahl der neutralen Moleküle pro cm^3 ,

N_p Anzahl der Ionen bzw. Elektronen pro cm^3 ,

g Vektor der Fallbeschleunigung,

v_-, v_+, v_n Geschwindigkeit des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases.

Die Koeffizienten α, β_-, β_+ tragen der „Reibung“ zwischen je zwei Komponenten des Gases Rechnung, und zwar gilt

$$\alpha = N_p^2 \alpha_{+-}, \quad \beta_- = N_n N_p \alpha_{-n}, \quad \beta_+ = N_n N_p \alpha_{+n}. \quad (5)$$

Nach T. G. COWLING [7] ist für Stickstoffatmosphäre (N_2 -Moleküle und N_2^+ -Ionen)

$$\begin{aligned} \alpha_{+-} &= 2,6 \cdot 10^{-26} \cdot T^{-3/2} \frac{g \text{ cm}^3}{s}, \\ \alpha_{-n} &= 9,4 \cdot 10^{-37} \cdot T^{1/2} \frac{g \text{ cm}^3}{s}, \\ \alpha_{+n} &= 2,3 \cdot 10^{-32} \frac{g \text{ cm}^3}{s}. \end{aligned} \quad (6)$$

Für den unteren Teil der F-Schicht der Ionosphäre (200 bis 300 km) kann man als Durchschnittswert $N_p = 3 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ annehmen, entsprechend 5 MHz Plasmafrequenz; Satellitenbeobachtungen (siehe z. B. bei H. K. PAETZOLD [8]) geben für

$$N_n = 5 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{und} \quad T = 1500^\circ \text{ K.}$$

Damit wird

$$\begin{aligned} \beta_+ &= 3,45 \cdot 10^{-17} \frac{g}{\text{cm}^3 \text{ s}}, \quad \beta_- = 5,5 \cdot 10^{-20} \frac{g}{\text{cm}^3 \text{ s}}, \\ \alpha &= 1,65 \cdot 10^{-19} \frac{g}{\text{cm}^3 \text{ s}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Bei allen numerischen Rechnungen werden im folgenden diese Werte als repräsentativ für die F-Schicht benutzt.

Die Gl. (2), (3), (4) sind unmittelbar einleuchtend. Sie stellen lediglich die Eulerschen Bewegungsgleichungen für jede Gaskomponente dar. So bedeutet hier

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v \text{ grad}),$$

jedoch setzen wir $(v \text{ grad}) = 0$.

Unser Ziel ist jetzt, eine Lösung der Gl. (2), (3), (4) zu finden, die den Anfangsbedingungen $v_n = v_- = v_+ = 0$ zur Zeit $t = 0$ genügt. Die elektrische Feldstärke setzen wir als zeitlich konstant an. Ferner sollen E_y und E_z Null sein. Ein Feld E_z führt nämlich nur zu einer Polarisierung der Schicht, wogegen ein Feld E_y eine horizontale Schichtbewegung bewirkt, was uns beides nicht interessiert.

Um das System (2), (3), (4) lösen zu können, machen wir noch die vereinfachende Annahme, daß das Plasma homogen ist und auch in ein homogenes Neutralgas eingebettet ist. Damit erreichen wir, daß die Koeffizienten α, β_-, β_+ konstant werden. Außerdem soll die Schwerkraft nicht berücksichtigt werden.

Man sieht leicht, daß eine partikuläre Lösung unseres Systems lautet

$$v_{yn} = v_{y-} = v_{y+} = -c \frac{E_x}{F},$$

$$v_{xn} = v_{x-} = v_{x+} = v_{zn} = v_{z-} = v_{z+} = 0.$$

Diese Lösung unterscheidet sich von Gl. (1) nur darin, daß hier auch das Neutralgas mitbewegt ist.

Um die allgemeine Lösung des zu Gl. (2), (3), (4) gehörigen homogenen Systems zu finden, machen wir den Ansatz

$$\begin{aligned} \{v_{xn}, v_{yn}, v_{x-}, v_{y-}, v_{x+}, v_{y+}\} = \\ = \{a_1 e^{\lambda t}, a_2 e^{\lambda t}, a_3 e^{\lambda t}, a_4 e^{\lambda t}, a_5 e^{\lambda t}, a_6 e^{\lambda t}\}. \end{aligned}$$

Die z-Komponenten der drei Gleichungen lassen wir dabei gleich fort, denn diese Gleichungen sind mit den übrigen nicht gekoppelt; außerdem kann ein elektrisches Feld keine Schichtbewegung in z-Richtung hervorrufen, wie oben schon erwähnt wurde. Wir erhalten so ein Gleichungssystem, das in Matrizenform geschrieben lautet:

$$\begin{pmatrix} \varrho_n \lambda + \beta_+ + \beta_- & 0 & -\beta_- & 0 & -\beta_+ & 0 \\ 0 & \varrho_n \lambda + \beta_+ + \beta_- & 0 & -\beta_- & 0 & -\beta_+ \\ -\beta_- & 0 & \varrho_- \lambda + \alpha + \beta_- & \gamma & -\alpha & 0 \\ 0 & -\beta_- & -\gamma & \varrho_- \lambda + \alpha + \beta_- & 0 & -\alpha \\ -\beta_+ & 0 & -\alpha & 0 & \varrho_+ \lambda + \alpha + \beta_+ & -\gamma \\ 0 & -\beta_+ & 0 & -\alpha & \gamma & \varrho_+ \lambda + \alpha + \beta_+ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} \cdot e^{\lambda t} = 0 \quad (8)$$

mit

$$\gamma = \frac{e N_p}{c} F.$$

Die charakteristische Determinante dieses Systems hat drei Paare konjugiert komplexer Wurzeln:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &\approx -\frac{\alpha + \beta_-}{\varrho_-} + i \frac{\gamma}{\varrho_-} \approx (-530 + i 7,8 \cdot 10^6) s^{-1}, \\ \lambda_2 &\approx -\frac{\alpha + \beta_-}{\varrho_-} - i \frac{\gamma}{\varrho_-} \approx (-530 - i 7,8 \cdot 10^6) s^{-1}, \\ \lambda_3 &\approx -\frac{\beta_+}{\varrho_+} + i \frac{\gamma}{\varrho_+} \approx (-4,4 + i 277) s^{-1}, \\ \lambda_4 &\approx -\frac{\beta_+}{\varrho_+} - i \frac{\gamma}{\varrho_+} \approx (-4,4 - i 277) s^{-1}, \\ \lambda_5 &\approx -\frac{\beta_+}{\varrho_n} + i \frac{\beta_+^2}{\gamma \varrho_n} \approx (-2,7 \cdot 10^{-4} + i 4,24 \cdot 10^{-6}) s^{-1}, \\ \lambda_6 &\approx -\frac{\beta_+}{\varrho_n} - i \frac{\beta_+^2}{\gamma \varrho_n} \approx (-2,7 \cdot 10^{-4} - i 4,24 \cdot 10^{-6}) s^{-1}.\end{aligned}\quad (9)$$

Die Zahlenwerte gelten für die F-Schicht unter der Annahme eines mittleren Molekulargewichts $M = 15$ und der oben angegebenen Werte für N_D , N_n , T sowie für $F = 0,45$ Gauß.

Die gesuchte Lösung des inhomogenen Systems heißt in reeller Schreibweise in guter Näherung:

$$v_{x-} = c \frac{E_x}{F} e^{-530t} (-\sin 7,8 \cdot 10^6 t) - \frac{\beta_-}{\gamma} \frac{E_x}{F} c e^{-2,7 \cdot 10^{-4}t} \cos 4,2 \cdot 10^{-6} t + \dots, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}v_{y-} &= \frac{E_x}{F} c e^{-530t} \cos 7,8 \cdot 10^6 t - \frac{E_x}{F} c + \dots; \\ v_{x+} &= \frac{E_x}{F} c e^{-4,4t} \sin 277 t + \\ &+ \frac{\beta_+}{\gamma} \frac{E_x}{F} c e^{-2,7 \cdot 10^{-4}t} \cos 4,2 \cdot 10^{-6} t + \dots,\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}v_{y+} &= \frac{E_x}{F} c e^{-4,4t} \cos 277 t - \frac{E_x}{F} c + \dots; \\ v_{xn} &= \frac{E_x}{F} c e^{-2,7 \cdot 10^{-4}t} \sin 4,2 \cdot 10^{-6} t + \dots,\end{aligned}\quad (12)$$

Die Punkte ... deuten an, daß noch weitere trigonometrische Funktionen folgen, die zu den übrigen Wurzeln λ gehören, deren Amplitude aber vernachlässigbar klein ist. Die gleichen Lösungen (10), (11) und (12) gelten auch, wenn E_x eine Sprungfunktion ist, also

$$E_x(t) = \begin{cases} E & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0. \end{cases}$$

2.2. Diskussion der Lösung

2.2.1. Die Zeitabhängigkeit der Lösung

Aus den Lösungen (10), (11) und (12) geht hervor, daß das Plasma praktisch seine Endgeschwindigkeit $-c \cdot E_x/F$ im Bruchteil einer Sekunde erreicht, wenn zur Zeit $t = 0$ ein elektrisches Feld E_x eingeschaltet wird. Hingegen braucht das neutrale Gas

dazu einen Zeitraum von etwa einer Stunde. Dieser Sachverhalt ist in Bild 3 schematisch dargestellt (ohne Berücksichtigung der überlagerten trigono-

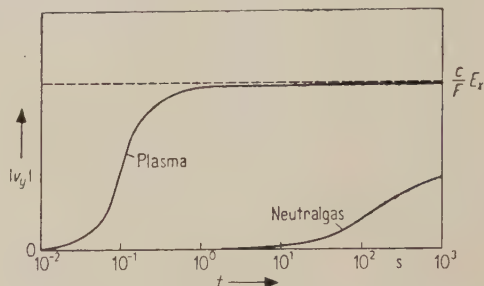


Bild 3. Lösung der Bewegungsgleichungen (schematisch).

metrischen Funktionen). Der „Einschwingvorgang“ des Plasmas ist deshalb praktisch zu vernachlässigen. Daraus kann man ohne weiteres schließen, daß auch bei einer beliebigen Zeitfunktion $E_x(t)$ die Plasmageschwindigkeit der Feldstärke unmittelbar folgt, so daß man schreiben kann:

$$v_{y+}(t) = v_{y-}(t) = -c \frac{E_x(t)}{F}, \quad (13)$$

solange sich nur $E_x(t)$ hinreichend langsam ändert. „Langsam“ bedeutet dabei, daß sich $E_x(t)$ in einem Zeitintervall von der Größe der „Einschwingzeit“ des Plasmas (1 s) nicht wesentlich ändert. Das ist bei Bais erfüllt. Die Gl. (13) ist äußerlich mit Gl. (1) identisch, nur sind in Gl. (13) v_{y+} und E_x Zeitfunktionen. Für die beobachtbare vertikale Komponente der Bewegung erhält man

$$|v_z| = |v_{y+}| \cos \vartheta = |v_{y-}| \cos \vartheta = c \frac{E_x}{F} \cos \vartheta. \quad (14)$$

Es ist das wesentliche Ergebnis dieses Absatzes, daß für die praktische Beschreibung der Plasmabewegung die einfachen Gl. (13) und (14) ausreichen.

In den folgenden Abschnitten sollen noch zwei Fragen behandelt werden, die den Mechanismus der Plasmabewegung betreffen.

1. Aus Bild 3 ersieht man, daß das Neutralgas eine viel geringere Geschwindigkeit besitzt als das Plasma solange $1 \text{ s} < t < 1000 \text{ s}$. Deshalb muß es auf das letztere eine Bremskraft ausüben. Trotzdem bewegt sich das Plasma praktisch mit konstanter Geschwindigkeit. Warum?
2. Die sechs λ -Werte in Gl. (9) besitzen drei dem Betrage nach verschiedene Imaginärteile, die bei den Lösungen des homogenen Gleichungssystems die Kreisfrequenz von Rotationen in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld bedeuten. Wie kann man sich das Zustandekommen dieser Rotationen anschaulich erklären?

2.2.2. Die Bremsung des Plasmas durch das Neutralgas

Man könnte vermuten, daß in der F-Region die Atmosphäre so dünn ist, daß sie keine merkliche Bremswirkung auf ein bewegtes Plasma ausübt.

Das ist aber nicht der Fall. Ist z. B. die Differenz $v_{y+} - v_{yn} = 1$ m/s, so ist die Bremskraft pro Masseneinheit

$$P_{Br} = \frac{\beta_+(v_{y+} - v_{yn})}{q_+} \approx 500 \frac{\text{dyn}}{g}.$$

Das bedeutet eine Verzögerung von $500 \text{ cm/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$, die innerhalb kurzer Zeit (1 s) das Plasma praktisch auf die Geschwindigkeit des Neutralgases abbremsen muß.

Wenn das in unserem Fall nicht geschieht (Bild 3), so kann es nur daran liegen, daß eine andere Kraft die Bremskraft kompensiert. Daß das wirklich so ist, erkennt man aus der Bewegungsgleichung (4)

$$q_+ \frac{dv_{y+}}{dt} + \beta_+(v_{y+} - v_{yn}) = -\gamma v_{x+}.$$

Die Elektronen sind dabei nicht berücksichtigt, weil sie keinen nennenswerten „Reibungswiderstand“ aufweisen können ($\beta_- \ll \beta_+$). Betrachten wir jetzt z. B. den Zeitpunkt $t = 100$ s, also eine Zeit, zu der das Plasma nahezu seine Endgeschwindigkeit erreicht hat, das Neutralgas aber keineswegs. Die Funktionen $e^{-4.5t}$ und e^{-530t} sind praktisch gleich Null. Von der Bewegungsgleichung bleibt nur

$$q_+ \frac{dv_{y+}}{dt} - \beta_+ \frac{E_x}{F} c e^{-2.7 \cdot 10^{-4}t} \cos 4.2 \cdot 10^{-6}t \approx \\ \approx -\frac{E_x}{F} c \gamma \frac{\beta_+}{\gamma} e^{-2.7 \cdot 10^{-4}t} \cos 4.2 \cdot 10^{-6}t.$$

Die Bremskraft wird also von einer Lorentzkraft aufgehoben, und es ist $dv_{y+}/dt \approx 0$. Analoges gilt für die Bewegung der Elektronen. Dieser Effekt ist das genaue Gegenstück zur Bremswirkung des Magnetfeldes. Bewegt man einen Leiter im Magnetfeld, so wird ein Strom j induziert und $1/c[j, H]$ ist eine Kraft, die die ursprüngliche Bewegung bremst. Wird jedoch die Ausweichbewegung eines Plasmas — also eine Bewegung, die vom Magnetfeld sozusagen gewünscht wird — durch einen äußeren Einfluß gehemmt, wie im vorliegenden Fall durch das Neutralgas, so sorgt das Magnetfeld für eine Gegenkraft, die die Hemmung überwindet. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zu Vorstellungen, die D. F. MARTYN entwickelt hat [5].

2.2.3. Rotation der Teilchen im Magnetfeld

Wir kommen jetzt zu einem Problem, das mit der im vorigen Abschnitt behandelten Frage in engem Zusammenhang steht. Die Imaginärteile der λ -Werte bedeuten bei den Lösungen des zu Gl. (2), (3), (4) gehörigen homogenen Gleichungssystems die Kreisfrequenzen, mit denen die Teilchen in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld rotieren. Die Imaginärteile der Wurzeln λ_1 bis λ_4 werden als Larmorfrequenz der Elektronen bzw. der Ionen bezeichnet. Sie sind dadurch gegeben, daß die Lorentzkraft $e/c[v, H]$ der Zentrifugalkraft des rotierenden Teilchens das Gleichgewicht hält. Anders ist es bei der dritten Kreisfrequenz $\omega_3 = \beta_+^2/\gamma q_n$, denn bei ungeladenen Teilchen kann keine Lorentzkraft auftreten.

Um den Mechanismus dieser Rotation zu untersuchen, gehen wir von den homogenen Bewegungsgleichungen aus, d. h. wir berücksichtigen keine äußeren Kräfte. Denn es soll nur interessieren, wie eine solche Rotation mit der Frequenz ω_3 als dritter „Eigenfrequenz“ des Plasmas überhaupt existieren kann, ohne daß wir uns überlegen wollen, wie sie gegebenenfalls angeregt wird. Wir lassen die Elektronen außer acht und behandeln nur die Wechselwirkung zwischen Ionen und Neutralgas. Ferner multiplizieren wir jeweils die x -Komponente unserer Vektorgleichungen mit i und addieren sie zur y -Komponente. Für λ machen wir gleich den Ansatz $\lambda = -\beta_+/q_n + i\omega_3$ und erhalten mit den Abkürzungen $v_+ = v_{y+} + i v_{x+}$ und $v_n = v_{yn} + i v_{xn}$:

$$q_n \left(-\frac{\beta_+}{q_n} + i\omega_3 \right) v_n + \beta_+(v_n - v_+) = \\ = i q_n \omega_3 v_n - \beta_+ v_+ = 0. \quad (15)$$

Aus dieser Gleichung erkennt man sofort, daß der Zentrifugalkraft der rotierenden neutralen Moleküle durch die „Reibungskraft“ $\beta_+ v_+$ das Gleichgewicht gehalten wird. Das ist möglich, weil die Ionen sich senkrecht zu den neutralen Molekülen bewegen (Bild 4).

Die Bewegungsgleichung der Ionen lautet

$$q_+ \left(-\frac{\beta_+}{q_n} + i\omega_3 \right) v_+ + \beta_+ v_+ - \beta_+ v_n = i\gamma v_+, \quad (16)$$

daraus folgt

$$\frac{v_n}{v_+} = -\frac{i\gamma - \beta_+ + q_+ \beta_+/q_n + i\omega_3 q_+}{\beta_+} \approx -i \frac{\gamma}{\beta_+}.$$

Setzt man in die obige Gleichung die Gl. (15) ein, so erhält man

$$i\omega_3 q_n \left(-i \frac{\gamma}{\beta_+} \right) - \beta_+ = 0 \quad \text{oder} \quad \omega_3 = \frac{\beta_+^2}{\gamma q_n}.$$

Es ergibt sich also die richtige Kreisfrequenz (vgl. Gl. (9)). Da das Verhältnis $|v_n/v_+| \approx 100$ ist, so kommt es in Gl. (16) nur darauf an, daß $-\beta_+ v_n = i\gamma v_+$, daß also die Lorentzkraft, die auf die Ionen wirkt, der Kraft $\beta_+ v_+$, die das bewegte Neutralgas auf die Ionen ausübt, die Waage hält.

Fassen wir zusammen: Damit die neutralen Moleküle auf einer Kreisbahn laufen können, muß eine Zentrifugalkraft vorhanden sein. Diese wird von den Ionen ausgeübt, die sich stets senkrecht zur Richtung der neutralen Teilchen bewegen (Bild 4). Andererseits greift an den Ionen eine Lorentzkraft an. Bei der geringen Rotationsfrequenz ω_3 ist aber die Zentrifugalkraft viel zu klein, um die Lorentz-

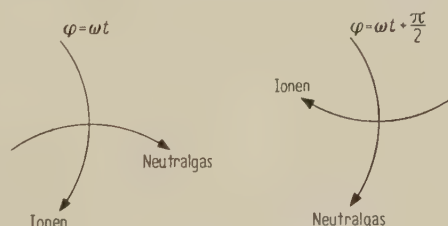


Bild 4. Rotation der Teilchen mit der Kreisfrequenz ω_3 .

kraft zu kompensieren. Das besorgt vielmehr die vom Neutralgas ausgeübte Reibungskraft $\beta_+ v_+$.

Diese komplizierte Rotation bildet sich aber nicht vollständig aus, weil wegen der hohen Dämpfung der ganze Vorgang sehr schnell abklingt.

2.3. Inhomogenes Plasma und Neutralgas

Bisher haben wir angenommen, daß Plasma und Neutralgas homogen im Raum verteilt sind. Beim wirklichen Problem, nämlich der F-Schicht in der Atmosphäre, ist das keineswegs der Fall. Die Dichten sind vielmehr stark von der Höhe abhängig. Nun haben wir in den vorigen Abschnitten dieses Kapitels gesehen, daß die Bewegung des Plasmas im Magnetfeld unter dem Einfluß eines dazu senkrechten elektrischen Feldes letztlich nur von der Größe dieser beiden Felder abhängt, und von der Neutralgasdichte — wenigstens bei den Verhältnissen in der F-Region — praktisch nicht beeinflusst wird. Wir dürfen deshalb schließen, daß die Bewegung der F-Schicht während einer Bai-Störung genau so verläuft, wie wir es bisher unter einschränkenden Bedingungen errechnet haben.

Nicht so ist es mit dem Neutralgas. Die Kraft, die es in Bewegung setzt, ist proportional der Dichte des hindurchströmenden Plasmas. Deshalb ist seine Geschwindigkeit orts- und zeitabhängig, und das Gleichgewicht der Atmosphäre, das durch die Bedingung $-\text{grad } p_n = \rho_n g$ gekennzeichnet ist, wird gestört. Eine strenge Lösung der Bewegungsgleichungen ist deshalb sehr schwer zu gewinnen, und wir wollen darauf verzichten. Qualitativ gilt natürlich das, was wir über die Bewegung des Neutralgases gesagt haben, auch jetzt noch.

3. Theorie des Absinkens der F-Schicht nach einer Bai-Störung

Um das Absinken der Schicht quantitativ zu verstehen, müssen wir die Bewegungsgleichungen (2), (3), (4) lösen. Das macht jedoch erhebliche Schwierigkeiten, denn ρ_n , ρ_+ , ρ_- sind unbekannte Funktionen des Ortes und der Zeit. Das Gleiche gilt für β_+ , β_- , α , p_+ , p_- und p_n . Es ist deshalb nur möglich, eine näherungsweise Abschätzung der Sinkgeschwindigkeit anzugeben. Die Überlegung soll hier nur kurz skizziert werden.

Betrachten wir noch einmal Bild 1. Zunächst befindet sich die F-Schicht in ihrer Ruhelage. Dann erfolgt eine erdmagnetische Störung und die Schicht wird emporgehoben. Ist die Störung zu Ende, so hört auch die Aufwärtsbewegung auf. Die Schicht bleibt aber nicht in der einmal erreichten Höhe, sondern sinkt wieder nach unten. Welche Kräfte sind die Ursache dafür?

Da ist zunächst einmal die Schwerkraft, die nach unten zieht. Außerdem ist an der Unterseite der Schicht auch $-\text{grad } p_- = -\text{grad } p_+ = -\text{grad } (N_p kT)$ nach abwärts gerichtet. N_p nimmt ja unterhalb des Schichtmaximums nach oben hin zu, und die Temperatur T nimmt, soweit wir heute wissen, zumindest nicht ab. Es besteht deshalb, wie man aus den Gl. (3) und (4) ersieht, die Tendenz einer

Diffusion nach unten, die durch die Schwerkraft noch verstärkt wird. Oberhalb des Schichtmaximums ist allerdings $-\text{grad } (N_p kT)$ nach oben gerichtet. Schwerkraft und Diffusion sind hier einander entgegengesetzt, und es kommt darauf an, welcher Anteil überwiegt.

Nun werden die Elektronen zweifellos stärker beschleunigt als die Ionen, denn sie besitzen eine viel geringere Masse ($\rho_- \ll \rho_+$) und finden sehr viel geringeren Widerstand am Neutralgas ($\alpha_- \ll \alpha_+$), werden aber von nahezu der gleichen Kraft beschleunigt $-\text{grad } p_+ = -\text{grad } p_- \approx \rho_+ g \gg \rho_- g$. Die Elektronen werden also schneller diffundieren bzw. fallen als die Ionen. Auf diese Weise entsteht eine teilweise Entmischung von Elektronen und Ionen, die zu einem elektrischen Feld führt. Natürlich geschieht das gleiche auch bei einer ungestörten Schicht. In Bild 5a ist der Fall dargestellt, daß die

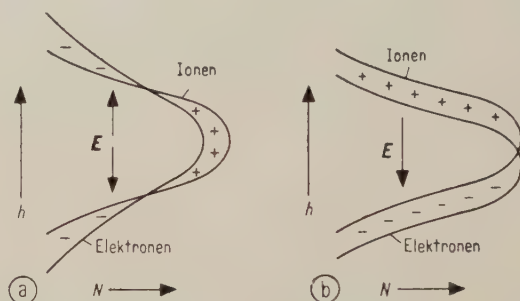


Bild 5. Polarisation einer Schicht durch Diffusion und Schwerkraft.

„Elektronenschicht“ aus der „Ionenschicht“ herausdiffundiert ist; in Bild 5b sind die Elektronen aus der „Ionenschicht“ dagegen „herausgefallen“. In Wirklichkeit geschieht stets beides. Im unteren Teil der Schicht, der uns allein interessiert, ist aber das durch Entmischung entstehende elektrische Feld immer nach unten gerichtet. Es beschleunigt daher die Ionen und bremst die Elektronen. Man wird vermuten, daß nach einer gewissen Zeit die elektrische Feldstärke soweit angewachsen ist, daß Ionen und Elektronen trotz ihrer unterschiedlichen Beweglichkeit mit der gleichen Geschwindigkeit zu Boden sinken. Diese Zeit ist sehr kurz (< 1 s), so daß man praktisch $v_{z+} = v_{z-} = v_{zp}$ setzen kann.

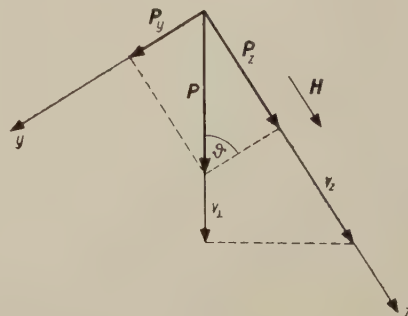


Bild 6. Bewegung eines Plasmas unter Einwirkung von Diffusion und Schwerkraft.

Betrachten wir jetzt Bild 6. Am Plasma greift die Kraft \mathbf{P} an, die sich aus dem Druckgradienten des Plasmas und der Schwerkraft zusammensetzt. Wir zerlegen sie in zwei Komponenten: \mathbf{P}_z in Richtung des Magnetfeldes und \mathbf{P}_y senkrecht dazu. Eine Kraft senkrecht zum Magnetfeld bewirkt aber in der F-Schicht nur eine Bewegung senkrecht zum Kraftvektor selbst und auch zur Richtung des Magnetfeldes, wie wir schon oben gesehen haben. Das bedeutet aber im vorliegenden Fall, daß \mathbf{P}_y nur eine horizontale Bewegung erzeugt. Demgegenüber wird die Bewegung in z -Richtung vom Magnetfeld nicht beeinflusst. Mit dem oben begründeten Ansatz $v_{z+} = v_{z-} = v_{zp}$ erhält man als Lösung

$$v_{zp} = \frac{1}{\beta_+ + \beta_-} [|\text{grad}(p_+ + p_-)| + (q_+ + q_-)g + (\beta_+ + \beta_-)v_{zn}] \sin \vartheta.$$

Das heißt einfach, daß sich die „Reibungskraft“ $(\beta_+ + \beta_-)(v_{zp} - v_{zn})$ und die antreibende Kraft das Gleichgewicht halten. Bei unseren Messungen haben wir nur den vertikalen Anteil der Bewegung beobachtet:

$$v_{\perp} = v_{zp} \sin \vartheta = \frac{1}{\beta_+ + \beta_-} [|\text{grad}(p_+ + p_-)| + (q_+ + q_-)g + (\beta_+ + \beta_-)v_{zn}] \sin^2 \vartheta.$$

Über v_{zn} kann man jedoch nur aussagen, daß es das gleiche Vorzeichen wie v_{zp} hat. Man kann deshalb schreiben:

$$v_{\perp} \geq \frac{1}{\beta_+ + \beta_-} [|\text{grad}(p_+ + p_-)| + (q_+ + q_-)g] \sin^2 \vartheta. \quad (17)$$

4. Anwendungen der bisherigen Ergebnisse

4.1. Die Abschätzung der Leitfähigkeit der Ionosphäre

Kehren wir jetzt zur Betrachtung unserer Bai-Störung zurück. Wie bereits eingangs erwähnt, ist man heute der Ansicht, daß solche Störungen durch Ströme in der Ionosphäre verursacht werden, die (in mittleren Breiten) von einem elektrischen Feld hervorgerufen werden. Wir nehmen an, daß dieses Feld nicht wesentlich von der Höhe abhängt. Die Begründung dieser Annahme stammt von D. F. MARTYN [5]. Sie beruht darauf, daß in der F-Schicht die Leitfähigkeit in Richtung des Magnetfeldes sehr groß ist; mit anderen Worten: ein Feld E_z kann nicht auftreten, es muß wegen der hohen Leitfähigkeit zusammenbrechen. Daraus folgt dann

$$-(\text{rot } \mathbf{E})_x = \partial E_y / \partial z = 0, \quad (\text{rot } \mathbf{E})_y = \partial E_x / \partial z = 0$$

(Koordinaten wie in Bild 3). Das Feld ändert sich also längs der Magnetfeldlinien nicht. Weil nun letztere in unseren Breiten ziemlich senkrecht stehen ($\vartheta = 67^\circ$), so schließt D. F. MARTYN, daß sich \mathbf{E} auch mit der Höhe wenig ändert. Die Schichten der Ionosphäre „sind durch die Kraftlinien des Magnetfeldes elektrisch miteinander verbunden“, wie D. F. MARTYN es ausdrückt. Dieser Vorstellung wollen wir uns anschließen.

Für den gesamten in der Ionosphäre fließenden Strom können wir ansetzen:

$$\begin{aligned} I_x &= k_x E_x + k_{xy} E_y, \\ I_y &= -k_{xy} E_x + k_y E_y. \end{aligned} \quad (18)$$

Das Koordinatensystem ist dabei der Bequemlichkeit wegen jetzt anders orientiert als bisher (Bild 7).

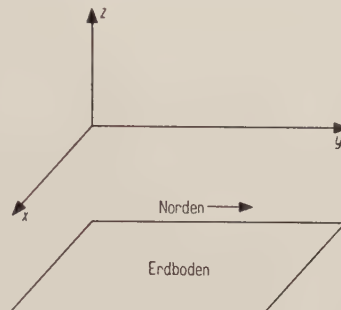


Bild 7. Koordinatensystem parallel zum Erdboden.

In Gl. (18) ist k_x bzw. k_y die gesamte (jeweils über die Höhe integrierte) Leitfähigkeit der Ionosphäre jeweils in Richtung der Feldstärkekomponente E_x bzw. E_y . Außerdem gibt es eine Querleitfähigkeit k_{xy} . Jedes elektrische Feld in der Ionosphäre erzeugt nämlich auch einen Strom senkrecht zu seiner eigenen Richtung; die Leitfähigkeit ist also durch einen Tensor zu repräsentieren. Die Ursache dafür ist das erdmagnetische Feld.

Bestimmen wir aus Gl. (18) E_x , so erhalten wir

$$E_x = \frac{I_x}{K_y} - \frac{I_y}{K_{xy}} \quad (19)$$

$$\text{mit } K_y = \frac{k_x k_y + k_{xy}^2}{k_y}, \quad K_{xy} = \frac{k_x k_y + k_{xy}^2}{k_{xy}}.$$

Die Ströme I_x und I_y lassen sich wiederum durch die erdmagnetische Variation ausdrücken. Und zwar gilt

$$I_x = \frac{5}{6} f \frac{c \Delta H}{2\pi}, \quad I_y = \frac{2}{3} f \frac{c \Delta D}{2\pi}. \quad (20)$$

Der Faktor f muß aus einer Entwicklung nach Kugelfunktionen gewonnen werden (siehe K. MAEDA [9]), wir setzen $f \approx 0,9$. Die Faktoren $5/6$ und $2/3$ berücksichtigen die im Erdinneren induzierten Ströme. Setzen wir Gl. (20) in Gl. (19) und Gl. (19) in Gl. (14) ein, so bekommen wir

$$|v_{\perp}| = \frac{0,9 c^2 \cos \vartheta}{2\pi F} \left(\frac{5}{6} \frac{\Delta H}{K_y} + \frac{2}{3} \frac{\Delta D}{K_{xy}} \right).$$

Durch Integration über die Zeit vom Zeitpunkt des Beginns der Bai τ_A bis zu einem beliebigen Zeitpunkt τ erhält man den Höhenanstieg der Schicht in diesem Zeitintervall:

$$\begin{aligned} h(\tau) - h(\tau_A) &= \int_{\tau_A}^{\tau} |v_{\perp}| dt = \\ &= \frac{0,9 c^2 \cos \vartheta}{2\pi F} \left(\frac{5}{6 K_y} \int_{\tau_A}^{\tau} \Delta H dt + \frac{2}{3 K_{xy}} \int_{\tau_A}^{\tau} \Delta D dt \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Die beiden Integrale auf der rechten Seite lassen sich durch graphische Auswertung erdmagnetischer Registrierungen gewinnen. Damit wäre es möglich, den Höhenanstieg der F-Schicht als Funktion der Zeit zu berechnen, wenn die Größen K_y und K_{xy} bekannt wären. Das ist leider nicht der Fall, denn es handelt sich hier um Größen, die tageszeitlichen, jahreszeitlichen und statistischen Schwankungen unterworfen sind, und die von vielen nicht genau bekannten Variablen wie Stoßzahl, Ionenkonzentration usw. abhängen. K. MAEDA [9] hat für ein angenommenes Ionosphärenmodell K_y und K_{xy} berechnet und gibt an

$$\begin{aligned} K_y &= 1,2 \cdot 10^{13} \text{ el.st.cgs}, \\ K_{xy} &= 0,65 \cdot 10^{13} \text{ el.st.cgs} \end{aligned} \quad (22)$$

für Mitternacht im Winter.

Machen wir nun die Annahme $K_{xy} = K_y/2$, die mit Gl. (22) übereinstimmt, und lösen wir dann Gl. (21) nach K_y auf:

$$\begin{aligned} K_y &= \frac{0,9 c^2 \cos \vartheta}{2 \pi F [h(\tau) - h(\tau_A)]} \times \\ &\times \left(\frac{5}{6} \int_{\tau_A}^{\tau} \Delta H dt + \frac{4}{3} \int_{\tau_A}^{\tau} \Delta D dt \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Jetzt sind wir in der Lage, K_y und K_{xy} zu bestimmen. Wir benutzen die Bai-Störung vom 13. 1. 1958. Für diese ist über die ganze Störung integriert

$$\int_{\tau_A}^{\tau} \Delta H dt = 1,2 \Gamma \text{ s}, \quad \int_{\tau_A}^{\tau} \Delta D dt = 1,9 \Gamma \text{ s}.$$

Diese Werte sind aus der magnetischen Registrierung gewonnen (Bild 1), indem die von der Bai umschlossene Fläche (untere Begrenzung in Bild 1 gestrichelt) ausgemessen wurde. Der Höhenanstieg der Schicht beträgt dabei 180 km (Bild 1). Der normale Höhenanstieg der F-Schicht, der auch an ungestörten Tagen zu beobachten ist, beträgt zwischen 21.00 und 23.00 Uhr etwa 50 km. So verbleibt ein Anstieg von 130 km. Während des Anstiegs wirken aber auch die Schwerkraft sowie der Druckgradient der Schicht, und beide hemmen die Bewegung. Infolge der Wirkung dieser beiden Kräfte „durchfällt“ die Schicht im Laufe von zwei Stunden etwa eine Höhe von 80 km. Das bedeutet, daß der Höhenanstieg der Schicht, der auf das elektrische Feld zurückgeht, mit 210 km anzusetzen ist. Mit diesen Werten erhält man aus Gl. (23):

$$K_y = 2 \times 10^{13} \text{ el.st.cgs}, \quad K_{xy} = 1 \times 10^{13} \text{ el.st.cgs}$$

$$\text{oder} \quad K_y = 20 \Omega^{-1}, \quad K_{xy} = 10 \Omega^{-1}.$$

Die Übereinstimmung mit den Werten von K. MAEDA in Gl. (22) ist gut. Dabei ist zu bedenken, daß die letzteren auf Grund eines Ionosphärenmodells errechnet worden sind; denn derartige Modelle sind heute noch recht spekulativ aufgebaut. Außerdem ist natürlich auch unsere Methode der Bestimmung von K_y und K_{xy} sehr roh.

4.2. Abschätzung der Neutralgasdichte

Die Ungleichung (17) läßt sich nach N_n auflösen, weil β_+ und β_- proportional zu N_n sind (Gl. (5)):

$$\begin{aligned} N_n &\geq \frac{\sin^2 \vartheta}{N_p |v_{\perp}| (\alpha_{+n} + \alpha_{-n})} \times \\ &\times [|\text{grad}(p_+ + p_-)| + (q_+ + q_-)g] = \\ &= \frac{\sin^2 \vartheta}{|v_{\perp}| (\alpha_{+n} + \alpha_{-n})} \times \\ &\times (2kT |\text{grad} \ln N_p| + mg - 2k |\text{grad} T|). \end{aligned} \quad (24)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung sind alle Größen bekannt bzw. lassen sich aus dem Ionogramm bestimmen. $|v_{\perp}|$ ist nach Bild 1 in 350 km Höhe etwa 40 km/h = 11 m/s. In der obigen Ungleichung gilt das Gleichheitszeichen um so genauer, je geringer v_{zn} gegenüber v_{zp} ist. Am geringsten ist v_{zn} offenbar an der Unterkante der Schicht, weil dort die absinkende Schicht gegen das ruhende Neutralgas trifft. Deshalb ist es für die numerische Abschätzung von N_n zweckmäßig, die tiefsten Punkte der F-Schicht auszunutzen, die der Auswertung noch zugänglich sind. Aus Bild 1 erhält man

$$\begin{aligned} 2kT |\text{grad} \ln N_p| &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ dyn}, \\ mg &= 0,25 \cdot 10^{-19} \text{ dyn}. \end{aligned}$$

Vernachlässigt man den Temperaturgradienten, so erhält man aus Gl. (24)

$$N_n \geq 6 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3},$$

bzw. $q_n \geq 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ in 350 km Höhe.

Das ist ein Wert, der größer ist als die aus Satellitenbeobachtungen bestimmten Dichten. Auf eine Diskussion der Fehlerquellen soll hier nicht eingegangen werden.

Die vorliegende Arbeit wurde im Max-Planck-Institut für Aeronomie, Institut für Ionosphären-Physik in Lindau/Harz angefertigt. Ich möchte dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. W. DIEMINGER, meinen Dank für das Gewähren einer Arbeitsmöglichkeit und sein ständiges Interesse am Fortgang der Arbeit aussprechen. Herrn Dr. W. BECKER, der die Untersuchungen angeregt hat, danke ich wertvolle Diskussionen.

Schrifttum

- [1] KAMIYAMA, H., Ionospheric changes associated with geomagnetic bays. Sci. Rep. Tohoku Univ. **7** [1956], 125–135.
- [2] BECKER, W., Vortrag in Ithaca, N.Y., 1957. (Zusammenfassung im Res. Rep. EE 361, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1958, S. 32).
- [3] BECKER, W., Die allgemeinen Verfahren der Station Lindau/Harz zur Bestimmung der wahren Verteilung der Elektronendichte in der Ionosphäre. A.E.Ü. **13** [1959], 373–382.
- [4] FUKUSHIMA, N., Polar magnetic storms and geomagnetic bays. J. Fac. Sci., Univ. Tokyo, **8** [1953], 293–412.
- [5] MARTYN, D. F., The morphology of ionospheric variations associated with magnetic disturbance. Proc. Roy. Soc. London (A) **218** [1953], 1–18.
- [6] LUCAS, I. und SCHLÜTER, A., Plasmatheorie der Ionosphäre. A.E.Ü. **8** [1954], 27–30.
- [7] COWLING, T. G., The electrical conductivity of an ionized gas in a magnetic field with applications to the solar atmosphere and the ionosphere. Proc. Roy. Soc. London (A) **183** [1945], 453–479.
- [8] PAETZOLD, H. K., Einige Ergebnisse aus den Beobachtungen der ersten russischen Erdsatelliten. Raketentech. u. Raumfahrtforsch. [1958], 50–84.
- [9] MAEDA, K., Theoretical study on the geomagnetic distortion in the F₂-layer. Rep. Ion. Res. Japan **9** [1955], 71–80.

Die Reflexion der Grundwelle an den Knickstellen eines Hohlleiters, insbesondere bei einem stetigen Übergang von einem rechteckigen auf einen runden Hohlleiter

Von KARL SCHNETZLER

Mitteilung aus dem Zentral-Laboratorium der Siemens & Halske AG, München

(A.E.Ü. 14 [1960], 177–182; eingegangen am 6. Februar 1960)

DK 621.372.8

Es werden Formeln abgeleitet für die Reflexion der Grundwelle an Hohlleiterknickstellen, insbesondere bei einem stetigen Übergang von einem rechteckigen auf einen runden Hohlleiter, für kleine Winkel. Der Vergleich mit gemessenen Werten zeigt gute Übereinstimmung.

Theoretical expressions are derived for the reflection of the fundamental mode at the junction of two waveguides, in particular for a continuous transition from a rectangular to a circular waveguide, for small angles. Good agreement with measured values is obtained.

1. Einleitung

Die Berechnung der Reflexion der Grundwelle an der Knickstelle zwischen einem geraden Hohlleiter und einem Horn hat nicht nur für den Anschluß von Hörnern Interesse, sondern auch für Übergänge zwischen Hohlleitern von verschiedenem Querschnitt. Die in stetigen Hohlleiterübergängen auftretenden Reflexionen hat SOLYMAR [1] berechnet. Seine Formeln laufen auf den Ersatz der Übergangskurve durch eine Treppenkurve hinaus, so daß Reflexionen entlang des ganzen Verlaufs auftreten. Man kann aber auch die Reflexion am Eingang und Ausgang des Übergangs konzentriert ansehen, wofür die Reflexion an einer Knickstelle in vielen Fällen maßgebend ist. Man umgeht damit die unter Umständen schwierige Auswertung von Integralen. Daß beide Auffassungen zum selben Ergebnis führen, wird im Abschnitt 4 in einem Spezialfall dargelegt.

Die Reflexion an einer Knickstelle, z. B. zwischen einem runden Hohlleiter und einem konischen Horn, kann unter Umständen in einem dem Problem angepaßten Koordinatensystem für beliebige Winkel gelöst werden, wie dies z. B. von PIEFKE [2] für E - und H -Sektorhörner durchgeführt worden ist. Das Verfahren hat den Vorteil, Ergebnisse auch für große Winkel zu liefern, hat aber neben der rechnerischen Komplikation den Nachteil, daß sich nach ihm nur wenige einfache Probleme behandeln lassen. Eine sehr viel anpassungsfähigere, allerdings praktisch auf kleine Winkel beschränkte Methode baut die Hornwelle aus den Wellen des geraden Hohlleiters auf. Sie ist besonders von SCHELKUNOFF [3], [4] an vielen Beispielen erläutert worden und wird im folgenden zugrunde gelegt. Ein ähnliches Verfahren ist auch von LEONARD und YEN [5] bei ihrer Berechnung der Reflexion am Übergang vom runden Hohlleiter zum konischen Horn benutzt worden. Da Zweifel an der Richtigkeit ihres Ergebnisses bestehen, wird das Problem im Abschnitt 3 nochmals behandelt. Ein Beispiel für die besondere Vielseitigkeit dieser Methode ist die im Abschnitt 5 durchgeführte Berechnung der Reflexion an einem stetigen Übergang von einem runden auf einen rechteckigen Hohlleiter.

2. Die Ausbreitung der Grundwelle in Hohlleitern mit langsam veränderlichem Querschnitt

Solche Hohlleiter sollen kurz als Hörner bezeichnet werden. Bleibt der Querschnitt konstant, so soll von einem geraden Hohlleiter die Rede sein, während ein gerades Horn eines mit geraden Mantellinien bedeuten soll.

Die Richtung, längs deren sich der Hohlleiter erstreckt, sei die z -Achse. Das Transversalfeld in der Ebene $z = \text{const}$ wird aus den Feldtypen des geraden Hohlleiters desselben Querschnitts aufgebaut. Diese Typen sollen mit e_n (elektrisches Transversalfeld) und h_n (magnetisches Transversalfeld) bezeichnet und durch die Bedingung

$$\int e_n^2 d\sigma = \int h_n^2 d\sigma = 1$$

normiert werden (Integration über den Querschnitt; die fetten Typen kennzeichnen Vektoren). Die Amplituden, mit denen sie im Transversalfeld E_t , H_t des Horns auftreten, seien $V_n(z)$ bzw. $I_n(z)$:

$$E_t = \sum V_n(z) e_n, \quad (1)$$

$$H_t = \sum I_n(z) h_n. \quad (2)$$

V_n und I_n haben die Dimension und den Charakter von Spannungen und Strömen. Führt man sie mittels Gl. (1) und (2) in die Maxwellschen Gleichungen ein, so entsteht das z. B. bei SOLYMAR [1] angegebene System von Telegraphengleichungen.

Die betrachteten Hörner sollen nun folgenden Einschränkungen genügen:

- a) Der Querschnitt ändert sich nur langsam. Ist θ der Winkel zwischen Hornmantellinie und z -Achse, so soll $|\theta| \ll 1$ sein.
- b) Ist die Grundwelle des geraden Hohlleiters entartet, wie z. B. im runden Hohlleiter, so soll die Querschnittsverformung symmetrisch derart erfolgen, daß diese Entartung nicht aufgehoben wird.

Unter diesen Bedingungen wird die einfallende Grundwelle fester Polarisierung von den im Horn angeregten anderen Wellentypen nur in 2. Ordnung (in θ) beeinflusst.

Bezeichnen

V und I Spannungs- und Stromamplitude der Grundwelle (H -Typ),

γ die freie Wellenlänge,

λ_c die Grenzwellenlänge der Grundwelle im geraden Hohlleiter,

$$k = 2\pi/\lambda, \quad k_c = 2\pi/\lambda_c,$$

$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ die Wellenzahl im geraden Hohlleiter,

$\zeta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ den Feldwellenwiderstand des freien Mediums,

θ den Neigungswinkel der Hornmantellinie (d. h. derjenigen Tangente an die Oberfläche, die auf der Randkurve $z = \text{const}$ senkrecht steht) gegen die z -Achse, positiv gerechnet für ein mit zunehmendem z sich erweiterndes Horn, negativ für ein konvergierendes,

e_0 das normierte elektrische Transversalfeld der Grundwelle des geraden Hohlleiters,

$$T = \frac{1}{2} \oint e_0^2 \tan \theta \, ds,$$

(Kurvenintegral längs der Querschnittsberandung)

so reduzieren sich die Gleichungen für die Grundwelle in 1. Näherung in θ auf das Paar

$$\frac{dV}{dz} + jk\zeta I = -TV, \quad (3)$$

$$\frac{dI}{dz} + j\frac{\beta^2}{k\zeta} V = TI. \quad (4)$$

Multipliziert man Gl. (3) mit $-I/V^2$, Gl. (4) mit $1/V$ und addiert, so ergibt sich für die Admittanz $A = I/V$ die Riccatische Differentialgleichung

$$\frac{dA}{dz} - jk\zeta \left[A^2 - \left(\frac{\beta}{k\zeta} \right)^2 \right] - 2TA = 0. \quad (5)$$

Schließt man, wie im folgenden durchweg, die Umgebung der Grenzfrequenz ($\beta = 0$) aus, so sind in Gl. (5) das erste und letzte Glied für eine fortschreitende Welle, die ja eine nur langsam veränderliche Admittanz haben muß, klein gegen $\beta^2/k\zeta$. Eine Näherung 0-ter Ordnung für eine nach $+z$ fortschreitende Welle ist daher $A_+ = \beta/k\zeta$. Setzt man allgemein $A_+ = \frac{\beta}{k\zeta} (1 + g)$, so ist g eine kleine sich langsam ändernde Größe. In Gl. (5) eingesetzt ergibt sich

$$\beta'(1 + g) + \beta g' - j\beta^2(2g + g^2) - 2T\beta(1 + g) = 0,$$

wobei der Strich die Ableitung nach z bezeichnet.

$\beta'g$, g^2 und Tg sind von 2. Ordnung klein. Gilt dasselbe auch von g' , so folgt bei Vernachlässigung der Glieder 2. Ordnung

$$g = -j \left(\frac{\beta'}{2\beta^2} - \frac{T}{\beta} \right)$$

$$\text{und} \quad A_+ = \frac{\beta}{k\zeta} \left(1 - j \frac{\beta'}{2\beta^2} + j \frac{T}{\beta} \right) \quad (6)$$

als Näherung 1. Ordnung. Für die rücklaufende Welle folgt aus Gl. (5)

$$A_- = -A_+^* \quad (\beta^2 \text{ reell angenommen}), \quad (7)$$

wobei der Stern die konjugiert komplexe Größe bezeichnet.

Eine entsprechende Näherung läßt sich auch für V bzw. I angeben. Eliminiert man I aus den Gl. (3) und (4), so ergibt sich für V

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + \left(\beta^2 + \frac{dT}{dz} - T^2 \right) V = 0. \quad (8)$$

Hat man V , so folgt I nach Gl. (3) aus

$$I = \frac{j}{k\zeta} \left(\frac{dV}{dz} + TV \right). \quad (9)$$

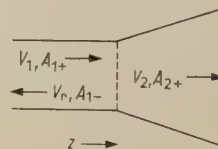
Durch Einsetzen überzeugt man sich, daß die Näherung 1. Ordnung für die vorlaufende Welle durch die bekannte Näherungsformel des WKB-Verfahrens¹

$$V = \frac{C}{\sqrt{\beta}} e^{-j \int \beta \, dz} \quad (C \text{ eine Konstante}) \quad (10)$$

gegeben ist, wieder vorausgesetzt, daß $\beta'' - 2\beta T'$, d. h. g' , von 2. Ordnung klein ist. Dies ist im wesentlichen gleichbedeutend mit der Kleinheit 2. Ordnung von $d\theta/dz$. Die WKB-Näherungen (6) und (10) sind also nur für praktisch gerade Hörner brauchbar. In anderen Fällen muß man entweder auf Gl. (5) bzw. Gl. (8) zurückgreifen, oder wie im Abschnitt 4 vorgehen.

Setzt man Gl. (10) in (9) ein, so folgt wieder Gl. (6).

Bild 1. Reflexion an einem Hohlleiterknick.



Liegt nun eine Knickstelle vor (Bild 1), und fällt von links die Welle V_1 mit der Admittanz A_{1+} ein, so wird der Teil V_r reflektiert, wobei die Admittanz der rücklaufenden Welle A_{1-} ist. Der Teil V_2 läuft im Horn 2 weiter mit der Admittanz A_{2+} . Aus den Stetigkeitsbedingungen an der Grenzfläche:

$$V_1 + V_r = V_2, \quad I_1 + I_r = I_2$$

folgt

$$\frac{I_2}{V_2} = A_{2+} = \frac{A_{1+} + A_{1-}(V_r/V_1)}{1 + (V_r/V_1)}.$$

Hieraus ergibt sich der Spannungsreflexionsfaktor $\varrho_1 = V_r/V_1$ für eine von links kommende Welle zu

$$\varrho_1 = \frac{A_{1+} - A_{2+}}{A_{2+} - A_{1-}}.$$

Für eine von rechts einfallende Welle ergibt sich analog

$$\varrho_r = \frac{A_{2-} - A_{1-}}{A_{1-} - A_{2+}}.$$

(Der Index $+$ bedeutet stets eine nach $+z$ fortschreitende Welle.)

¹ Sogenanntes WENTZEL-KRAMERS-BRILLOUIN Verfahren bei linearen Differentialgleichungen 2. Ordnung.

Für die betrachteten verlustfrei angenommenen Hörner ist nach Gl. (7) $A_- = -A_+^*$, also

$$\varrho_1 = \frac{A_{1+} - A_{2+}}{A_{1+} + A_{2+}}, \quad \varrho_r = -\frac{A_{1+}^* - A_{2+}^*}{A_{1+}^* + A_{2+}^*}. \quad (11)$$

Da die Phasenwinkel der Admittanzen klein sind, ist der Nenner praktisch reell, so daß

$$\varrho_r = -\varrho_1^*. \quad (12)$$

Durch Kombination von Gl. (6) mit (11) erhält man nun den Reflexionskoeffizienten.

3. Beispiele

a) Reflexion beim Übergang vom Rechteckhohlleiter zum Pyramidenhorn (Bild 2)

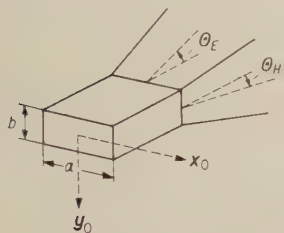


Bild 2.
Übergang vom Rechteckhohlleiter zum Pyramidenhorn.

Es sei θ_H der halbe Öffnungswinkel in der H -Ebene, θ_E der in der E -Ebene. Es ist

$$da = 2 \tan \theta_H \cdot dz, \quad db = 2 \tan \theta_E \cdot dz,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right],$$

$$\frac{1}{2\beta^2} \frac{d\beta}{dz} = \pi^2 \frac{\tan \theta_H}{(a\beta)^3},$$

$$e_0 = \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x}{a} \cdot y_0,$$

$$T = \frac{\tan \theta_E}{b}.$$

Damit wird die Admittanz an der Hornseite der Knickstelle

$$A_{2+} = \frac{\beta}{k\zeta} \left[1 - j\pi^2 \frac{\tan \theta_H}{(a\beta)^3} + j \frac{\tan \theta_E}{b\beta} \right].$$

Im geraden Hohlleiter ist $A_1 = \beta/k\zeta$. Für den Reflexionsfaktor folgt aus Gl. (11)

$$\varrho = j \left[\frac{\pi^2 \tan \theta_H}{2 (a\beta)^3} - \frac{\tan \theta_E}{2b\beta} \right]. \quad (13)$$

Dabei ist $a\beta = \pi \sqrt{(f/f_c)^2 - 1}$.

Dies ist in Übereinstimmung mit LEONARD und YEN [5] sowie mit den allgemeinen Resultaten von PIEFKE [2] für kleine Winkel. Der Vergleich mit seinen Rechnungen zeigt, wie schnell und einfach man hier zum Ziel kommt, freilich eben auch nur für kleine Winkel.

b) Reflexion der Grundwelle beim Übergang vom runden Hohlleiter zum konischen Horn

Für diesen Übergang liegen Rechnungen von LEONARD und YEN [5] vor, deren Ergebnisse aber mit den unten gefundenen nicht übereinstimmen.

Es ist (Bild 3) $da = \tan \theta \cdot dz$.

Für die einfallende Grundwelle (H_{11}) ist

$$e_0 = B \frac{J_1(k_c r)}{k_c r} \cos \varphi \cdot r_0 - B J_1'(k_c r) \sin \varphi \cdot \varphi_0$$

(r_0, φ_0 Einheitsvektoren), wobei $k_c a = 1,8412$,

$$B = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1,84}{\sqrt{1,84^2 - 1}} \frac{1}{J_1(1,84)} \frac{1}{a}.$$

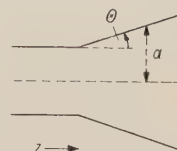


Bild 3. Übergang vom runden Hohlleiter zum konischen Horn.

$$\text{Es wird} \quad \beta \frac{d\beta}{dz} = \frac{1,84^2}{a^3} \tan \theta,$$

$$T = \frac{1}{a} \frac{1}{1,84^2 - 1} \tan \theta = \frac{0,4184}{a} \tan \theta$$

und nach Gl. (6)

$$A_+ = \frac{\beta}{k\zeta} - j \frac{\beta}{k\zeta} \left[\frac{1}{2} \frac{1,84^2}{(a\beta)^3} - \frac{0,42}{a\beta} \right] \tan \theta.$$

Beim Übergang von einem konischen Horn des Winkels θ_1 auf ein solches des Winkels θ_2 ist infolgedessen der Reflexionskoeffizient

$$\varrho = \frac{j}{4a\beta} \left[\left(\frac{1,84}{a\beta} \right)^2 - 0,84 \right] (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \quad (14)$$

und insbesondere für den Übergang vom geraden Hohlleiter auf das konische Horn

$$\varrho = \frac{j}{4a\beta} \left[\left(\frac{1,8412}{a\beta} \right)^2 - 0,8368 \right] \tan \theta \quad (15)$$

Dabei ist $a\beta = 1,8412 \sqrt{(f/f_c)^2 - 1}$.

Die Reflexion ist bei tiefen Frequenzen induktiv, bei einer bestimmten Frequenz erfolgt keine Reflexion, und bei noch höheren Frequenzen wird sie kapazitiv. Die Übergangsfrequenz ist das 1,48fache der Grenzfrequenz der H_{11} -Welle. Der ähnliche Bau

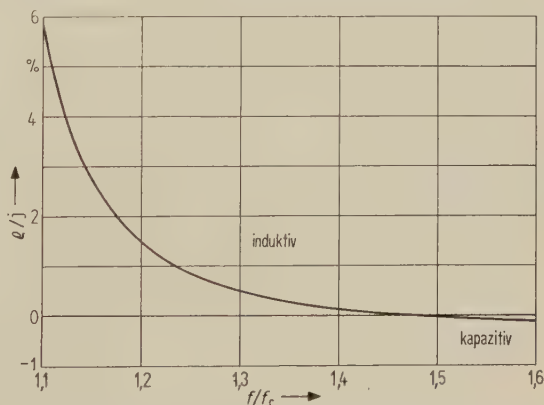


Bild 4. Theoretischer Reflexionskoeffizient beim Übergang vom runden Hohlleiter auf ein konisches Horn der vollen Öffnung $5,7^\circ$.

der Ausdrücke (13) und (15) für ein quadratisches Pyramidenhorn und das konische Horn ist augenfällig. Diese Ähnlichkeit besteht bei LEONARD und YEN nicht. Jedoch stimmen die Gl. (14) und (15) mit kürzlich veröffentlichten Ausdrücken von KATZENELLENBAUM [6] und TANAKA [7] überein.

In Bild 4 ist die nach Gl. (15) berechnete Reflexion an einem Horn der vollen Öffnung $2\theta = 5,7^\circ$ aufgetragen.

4. Reflexion der Grundwelle bei einem stetigen Übergang von einem runden Hohlleiter auf einen anderen mit derselben Achse

Es ist nicht ohne Interesse, die Reflexion an einem solchen Übergang von dem hier gewählten Ausgangspunkt aus zu bestimmen.

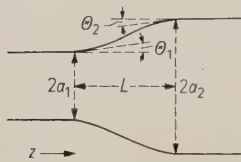


Bild 5.

Stetiger Übergang zwischen zwei runden Hohlleitern von verschiedenem Querschnitt.

Der Übergang ist in Bild 5 dargestellt. Wenn er nicht geradlinig verläuft, kann die WKB-Näherung (6) nicht verwendet werden. Dagegen kann er durch eine Folge kurzer konischer Kegel approximiert und die an ihren Knickstellen auftretenden reflektierten Wellen können phasenrichtig addiert werden.

Für die einfallende Welle gilt auf jedem Kegelstück die Näherung (10). Sie mit festem C für die ganze Länge des Übergangs zu verwenden, bedeutet die Vernachlässigung der Reflexionen bei der vorlaufenden Welle. Der Einfluß hiervon auf die reflektierte Welle ist aber von 2. Ordnung klein. Hat die einfallende V -Welle bei $z = 0$ den Wert eins, so hat sie danach an der Stelle z den Wert

$$\sqrt{\frac{\beta(0)}{\beta(z)}} e^{-j \int_0^z \beta dz}$$

Die Reflexion an einem Knick der Größe $d\theta$ ist nach Gl. (14)

$$d\varrho = \frac{j}{4a\beta} \left[\left(\frac{1,84}{a\beta} \right)^2 - 0,84 \right] d\theta = jf \left(\frac{a}{\lambda} \right) d\theta.$$

Beim Zurücklaufen erfolgt eine weitere Phasenverzögerung um $\int_0^z \beta dz$, während die Amplitude mit $\sqrt{\frac{\beta(z)}{\beta(0)}}$ multipliziert wird. Die Amplitudenfaktoren heben sich auf und es bleibt für die insgesamt am Eingang rücklaufende Welle (Länge L):

$$\varrho = jf \left(\frac{a_1}{\lambda} \right) \theta_1 + \int_0^L jf \left(\frac{a}{\lambda} \right) e^{-j \int_0^z 2\beta dz} \frac{d\theta}{dz} dz - jf \left(\frac{a_2}{\lambda} \right) \theta_2 e^{-j \int_0^L 2\beta dz}.$$

Innerhalb des Übergangs sollen dabei keine Knickstellen auftreten. Partielle Integration ergibt

$$\varrho = - \int_0^L j \left[f' \left(\frac{a}{\lambda} \right) \frac{1}{\lambda} \frac{da}{dz} - j 2\beta f \left(\frac{a}{\lambda} \right) \right] e^{-j \int_0^z 2\beta dz} \theta dz.$$

Nun ist $da/dz = \theta$. Der erste Summand ist also proportional θ^2 , so daß bei konsequenter Durchführung der 1. Näherung

$$\varrho = - \int_{a_1}^{a_2} 2\beta f \left(\frac{a}{\lambda} \right) e^{-j \int_0^z 2\beta dz} da. \quad (16)$$

Die reflektierte Welle erscheint hier als Summe von Teilwellen, die an Sprungstellen der Größe da erzeugt werden (Treppenkurve). Als Reflexionskoeffizient an einer solchen Sprungstelle erscheint die Größe

$$d\varrho = -2\beta f \left(\frac{a}{\lambda} \right) da = - \frac{da}{a} \left[\frac{1}{2} \frac{1}{(3,41 a/\lambda)^2 - 1} - 0,42 \right]. \quad (17)$$

Diese Formel enthält θ nicht und ist von den über die Kleinheit von θ gemachten Voraussetzungen unabhängig. Dagegen ist die Superposition vieler solcher Elementarreflexionen in Gl. (16) nur dann gerechtfertigt, wenn der Abstand der Sprungstellen groß gegen ihre Höhe ist, da nur für kleines θ die höheren Wellen vernachlässigt werden können.

Bei einer Koaxialleitung berechnet sich der lokale Reflexionskoeffizient aus der Änderung der üblichen Impedanz- Z bekanntlich zu $dZ/2Z$. Dies würde hier nur den 1. Summanden in Gl. (17) ergeben, ist also nicht allgemein richtig, wie auch von SOLYMAR betont.

Gl. (16) kann geschrieben werden

$$\varrho = \int_0^L \left[T + \frac{1}{2} \frac{d(\ln K)}{dz} \right] e^{-j \int_0^z 2\beta dz} dz,$$

wobei $K = k\zeta/\beta$.

Dies stimmt mit dem entsprechenden Ausdruck (27) von SOLYMAR überein (abgesehen von einem dort versehentlich auftretenden Phasenfaktor). Gl. (16) sowie die SOLYMARschen Ausdrücke entsprechen also der Approximation des Übergangs durch eine Treppenkurve und gelten ungeändert auch bei Vorhandensein von Knicken im Inneren und am Rande des Übergangs.

5. Reflexion der Grundwelle am Eingang und Ausgang eines stetigen Übergangs von einem rechteckigen auf einen runden Hohlleiter

Die einfachste Form eines solchen Übergangs ist in Bild 6 dargestellt. Er besteht aus einem vom Rundhohlleiter zur Diagonale des Rechteckhohlleiters sich aufweitenden Kegel mit ebenen Abschrägungen, die vom Ansatz des Kegels am runden Hohlleiter zu den Rechtecksseiten verlaufen.

Die Reflexion am rechteckigen Ende unterscheidet sich bei kleinen Winkeln von der an einem



Bild 6. Stetiger Übergang von einem rechteckigen auf einen runden Hohlleiter.

Pyramidenhorn nur um Größen 2. Ordnung. Am runden Ende addieren sich die Reflexionen am konischen Horn und an den Ansatzstellen der Abschrägungen. Die letzteren sollen zunächst unter der vereinfachenden Annahme berechnet werden, daß der Winkel des konischen Horns Null ist, also Abschrägungen eines runden Hohlleiters vorliegen.

Um die Gl. (5) für die Admittanz lösen zu können, muß der Verlauf von β und T in der Nähe des Knicks bestimmt werden. Dies ist im Anhang durchgeführt. Rechnet man z von der Knickstelle in den Übergang hinein und bezeichnet θ den (umgekehrt wie in der allgemeinen Theorie) positiv gerechneten Winkel zwischen z -Richtung und Abschrägenebene (Bild 7), so ergibt sich für eine geringe symmetrische Abschrägung in der E -Ebene:

$$\beta^2 - \beta_0^2 = \frac{16\sqrt{2}}{3\pi a^2} \frac{1,84^2}{1,84^2 - 1} \left(\frac{z}{a}\right)^{3/2} \tan^{3/2} \theta_E,$$

$$-2T = \frac{8\sqrt{2}}{\pi a} \frac{1}{1,84^2 - 1} \left(\frac{z}{a}\right)^{1/2} \tan^{3/2} \theta_E.$$

β_0 ist der Wert für den runden Hohlleiter. Wie ersichtlich sind die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der WKB-Formeln nicht erfüllt.

Setzt man in Gl. (5)

$$z/a = x, \quad k\zeta A = \beta_0(1 + y \tan^{3/2} \theta),$$

so folgt bei Vernachlässigung höherer Glieder

$$\frac{dy}{dx} - j2a\beta_0 y + jp x^{3/2} + q x^{1/2} = 0$$

mit
$$p = \frac{16\sqrt{2}}{3\pi} \frac{1,84^2}{1,84^2 - 1} \frac{1}{a\beta_0}$$

und
$$q = \frac{8\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{1,84^2 - 1}.$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist

$$y = \frac{p}{2a\beta_0} x^{3/2} - j \frac{3p + 4a\beta_0 q}{8(a\beta_0)^2} x^{1/2} +$$

$$+ j \frac{3p + 4a\beta_0 q}{16(a\beta_0)^2} \sqrt{\frac{\pi}{a\beta_0}} \times$$

$$\times F^* \left(2 \sqrt{\frac{a\beta_0 x}{\pi}} \right) e^{2ja\beta_0 x} + c e^{2ja\beta_0 x}$$

$$\left(c \text{ Integrationskonstante, } F^*(t) = \int_0^t e^{-j\frac{\pi}{2}t^2} dt \right).$$

Der zu der vorlaufenden Welle gehörige Wert von c ergibt sich aus der Forderung, daß für $x \rightarrow \infty$ der Faktor von $e^{2ja\beta_0 x}$ verschwinden soll. Hierfür ist

$$F^* = (1 - j)/2, \text{ so daß}$$

$$c = -j \frac{3p + 4a\beta_0 q}{16(a\beta_0)^2} \sqrt{\frac{\pi}{a\beta_0}} \frac{1 - j}{2}.$$

Für $x \rightarrow 0$ andererseits wird $F^* \rightarrow 0$, so daß $y(0) = c$. Damit wird die Admittanz der vorlaufenden Welle an der Übergangsseite des Knicks

$$A_{2+} = \frac{\beta_0}{k\zeta} \left\{ 1 - \frac{1 + j}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{1,84^2 - 1} \times \right.$$

$$\times \left[\left(\frac{1,84}{a\beta_0} \right)^2 + 2 \right] (a\beta_0)^{-3/2} \tan^{3/2} \theta_E \left. \right\}.$$

Für die Abschrägung in der H -Ebene ist

$$p = -\frac{16\sqrt{2}}{3\pi} \frac{1,84^4}{1,84^2 - 1} \frac{1}{a\beta_0}, \quad q = 0,$$

so daß

$$A_{2+} = \frac{\beta_0}{k\zeta} \left[1 + \frac{1 + j}{\sqrt{2\pi}} \frac{1,84^2}{1,84^2 - 1} \times \right.$$

$$\times \left(\frac{1,84}{a\beta_0} \right)^2 (a\beta_0)^{-3/2} \tan^{3/2} \theta_H \left. \right].$$

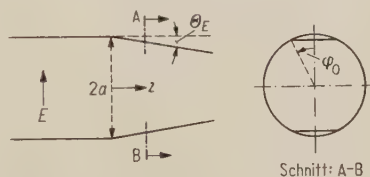


Bild 7. Abschrägung eines runden Hohlleiters in der E -Ebene.

Führt man noch den Wert für $a\beta_0$ ein, so wird schließlich die Reflexion vom runden Ende her gesehen

$$\varrho_E = (1 + j) 0,0668 [(f/f_c)^2 - 1]^{-7/4} \times$$

$$\times [0,5 + (f/f_c)^2 - 1] \tan^{3/2} \theta_E, \quad (18)$$

$$\varrho_H = -(1 + j) 0,1132 [(f/f_c)^2 - 1]^{-7/4} \tan^{3/2} \theta_H. \quad (19)$$

Diese Ausdrücke bleiben auch bei der Abschrägung eines Kegels gültig, nur bezeichnet dann θ den Winkel zwischen dem Kegelmantel und der Abschrägungsebene. Für die Gesamtreflexion am runden Ende ist noch der im Abschnitt 3 berechnete Reflexionskoeffizient für den Übergang auf den Kegel hinzuzurechnen.

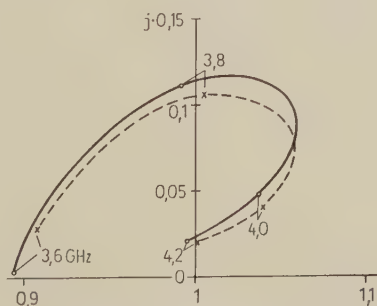


Bild 8. Eingangsadmittanz eines Übergangs 29,08 mm \times 58,17 mm auf 54 mm \varnothing , Länge 15 cm; \circ — berechnet, \times — gemessen.

Die Reflexionen an den beiden Endknicken ergeben den größten Teil der Gesamtreflexion des Übergangs. In Bild 8 ist die nach obiger Theorie berechnete Eingangsadmittanz im Band 3,6 bis 4,2 GHz für einen Übergang von 29,08 mm \times 58,17 mm auf 54 mm Durchmesser bei 15 cm Länge aufgetragen, bezogen auf den Rechteckeingang. Dabei wurde die Reflexion am runden Ende unter Beachtung von Gl. (12) mittels der gemessenen Phasenlänge des Übergangs auf den Rechteckeingang transformiert. Ebenfalls eingetragen ist die gemessene Eingangsadmittanz. Wie ersichtlich gibt die Theorie die gemessenen Werte gut wieder. Die etwas größere Abweichung bei 3,6 GHz dürfte zum Teil darauf zurückzuführen sein, daß so nahe an der Grenzfrequenz des runden Hohlleiters ($f/f_c = 1,1$) die Winkel für die 1. Näherung schon recht groß sind.

Anhang

Die Parameter der Grundwelle eines abgeschrägten runden Hohlleiters

Die zur Grenzwellenlänge λ_c gehörige Wellenzahl $k_c = 2\pi/\lambda_c$ kann bekanntlich aus

$$k_c^2 = \frac{\int \text{grad}^2 \psi \, d\sigma}{\int \psi^2 \, d\sigma}$$

berechnet werden, wobei ψ für H -Wellen der H_z -Komponente des betreffenden Wellentyps proportional ist und über den Querschnitt integriert wird. Der Wert von k_c^2 ist gegen kleine Änderungen von ψ stationär. Wird der Querschnitt nur wenig verkleinert, so kann man infolgedessen für ψ das ursprüngliche ψ_0 einsetzen.

Bedeutet $\int \dots d\sigma$ Integration über die Kreisfläche,

$\int \dots d\tau$ Integration über die kleinen abgeschnittenen Segmente, so ist für den runden Hohlleiter

$$k_{c0}^2 = \frac{\int \text{grad}^2 \psi_0 \, d\sigma}{\int \psi_0^2 \, d\sigma}$$

und für den verkleinerten

$$k_c^2 \approx \frac{\int \text{grad}^2 \psi_0 (d\sigma - d\tau)}{\int \psi_0^2 (d\sigma - d\tau)} \approx k_{c0}^2 \left(1 + \frac{\int \psi_0^2 \, d\tau}{\int \psi_0^2 \, d\sigma} \right) - \frac{\int \text{grad}^2 \psi_0 \, d\tau}{\int \psi_0^2 \, d\sigma},$$

also

$$\beta^2 - \beta_0^2 = k_{c0}^2 - k_c^2 = \frac{\int \text{grad}^2 \psi_0 \, d\tau - k_{c0}^2 \int \psi_0^2 \, d\tau}{\int \psi_0^2 \, d\sigma}.$$

Auch in $2T = -\oint \mathbf{e}_0^2 \tan \theta \, ds$ (θ umgekehrt gerechnet wie in der allgemeinen Theorie!) kann für \mathbf{e}_0 in 1. Näherung das Feld des runden Hohlleiters eingesetzt werden.

1. Abschrägung in der E -Ebene (Bild 7)

Rechnet man φ von der Richtung des elektrischen Feldes aus, so ist

$$\varphi_0 = J_1(k_{c0}r) \sin \varphi.$$

Erstreckt sich das Segment von $-\varphi_0$ bis $+\varphi_0$, so ist seine Fläche

$$\frac{2}{3} a^2 \varphi_0^3,$$

und

$$\cos \varphi_0 = \frac{a - z \tan \theta}{a} = 1 - \frac{\varphi_0^2}{2}, \quad \varphi_0 = \sqrt{\frac{2z}{a} \tan \theta}.$$

Man findet

$$\int \text{grad}^2 \psi_0 \, d\tau = \frac{J_1^2(1,84)}{a^2} \cdot \frac{4}{3} a^2 \varphi_0^3, \quad \int \psi_0^2 \, d\tau \approx 0,$$

$$\int \psi_0^2 \, d\sigma = \frac{\pi}{2} \frac{1,84^2 - 1}{1,84^2} J_1^2(1,84) a^2,$$

so daß

$$\begin{aligned} \beta^2 - \beta_0^2 &= \frac{1,84^2}{1,84^2 - 1} \frac{8 \varphi_0^3}{3 \pi a^2} = \\ &= \frac{16\sqrt{2}}{3 \pi a^2} \frac{1,84^2}{1,84^2 - 1} \left(\frac{z}{a} \right)^{3/2} \tan^{3/2} \theta_E. \end{aligned}$$

Am Rand ist

$$\mathbf{e}_0 = B \frac{J_1(1,84)}{1,84} \cos \varphi \cdot \mathbf{r}_0$$

(siehe Abschnitt 3), so daß

$$\begin{aligned} 2T &= -\frac{2}{\pi} \frac{1}{1,84^2 - 1} \frac{\tan \theta}{a^2} 4 \varphi_0 a = \\ &= -\frac{8\sqrt{2}}{\pi a} \frac{1}{1,84^2 - 1} \left(\frac{z}{a} \right)^{1/2} \tan^{3/2} \theta_E. \end{aligned}$$

Dabei sind überall nur die niedrigsten Potenzen von φ_0 beibehalten.

2. Abschrägung in der H -Ebene

$$\int \text{grad}^2 \psi_0 \, d\tau \approx 0, \quad \int \psi_0^2 \, d\tau = J_1^2(1,84) \frac{4}{3} a^2 \varphi_0^3,$$

$$\beta^2 - \beta_0^2 = -\frac{16\sqrt{2}}{3 \pi a^2} \frac{1,84^4}{1,84^2 - 1} \left(\frac{z}{a} \right)^{3/2} \tan^{3/2} \theta_H,$$

$$T \approx 0.$$

Schrifttum

- [1] SOLYMAR, L., Spurious mode generation in nonuniform waveguides. Transact. Inst. Radio Engrs. MTT-7 [1959], Juli, 379–383.
- [2] PIEFKE, G., Reflexion beim Übergang vom Rechteck-Hohlleiter zum Sektor-Horn. A.E.Ü. 11 [1957], 123–135.
- [3] SCHELKUNOFF, S. A., Generalized telegraphist's equations for waveguides. Bell Syst. tech. J. 31 [1952], 784–801.
- [4] SCHELKUNOFF, S. A., Conversion of Maxwell's equations into generalized telegraphist's equations. Bell Syst. tech. J. 34 [1955], 995–1043.
- [5] LEONARD, D. J. und YEN, J. L., Junction of smooth flared waveguides J. appl. Phys. 28 [1957], 1441–1448.
- [6] KATZENELLENBAUM, B. Z., On the theory of nonuniform waveguides with slowly changing parameters. Congrès Intern. Circuits et Antennes Hyperfréquences. — Paris, Oktober 1957.
- [7] TANAKA, K., Mode conversion through the tapered section of a circular waveguide system. Congrès Intern. Circuits et Antennes Hyperfréquences. — Paris, Okt. 1957.

Zur Auswahl von Filtern mit günstigem Einschwingverhalten

Von OTTO HERRMANN und WILHELM SCHÜSSLER

Mitteilung aus dem Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Aachen

(A.E.Ü. 14 [1960], 183–189; eingegangen am 10. Dezember 1959)

DK 621.372.54

Nach Einführung eines Bewertungsmaßstabes für die Beurteilung von impulsformenden Netzwerken wird gezeigt, wie man mit dem elektronischen Analogrechner Netzwerke erhalten kann, deren Frequenzgang und Impulsform den jeweiligen Forderungen angepaßt sind. Die mitgeteilten Ergebnisse sind der speziellen zugrundegelegten Schranken wegen nur Beispiele. Für andere Schranken lassen sich nach dem Verfahren verhältnismäßig schnell günstige Übertragungsfunktionen finden.

Following the introduction of a scale of merit for the appraisal of pulse-shaping networks it is shown how to obtain with the electronic analog computer networks of a frequency response and pulse shape adapted to the demands of the case on hand. Because of the specific limits underlying the analysis the results communicated are examples only. For other limits favorable transfer functions can be found relatively quickly by this method.

1. Einleitung

Für Impulsübertragungssysteme werden in vielen Fällen Netzwerke benötigt, die ein in bestimmtem Sinne günstiges Einschwingverhalten haben. Dabei werden meist zusätzliche Forderungen an den Frequenzgang gestellt. Den Anwendungen entsprechend interessieren zwei Aufgabenstellungen, die — wie auch sonst meist üblich — für Tiefpaßimpulsformer formuliert werden:

- a) Es wird ein Netzwerk gesucht, das bei vorgeschriebener Breite des spektralen Durchlaßbereiches eine möglichst steile Empfangsfunktion mit geringem Überspringen zeigt, wenn auf den Eingang ein Gleichstromschaltvorgang gegeben wird. (Im folgenden wird ein Netzwerk mit beschränkter Breite des spektralen Durchlaßbereiches als Netzwerk mit begrenztem Frequenzband bezeichnet.) Der oben für den Gleichstromschaltvorgang formulierten Forderung entspricht die Aufgabe, ein Netzwerk mit begrenztem Frequenzband zu suchen, das einen möglichst kurzen Impuls am Ausgang liefert, wenn auf den Eingang ein Dirac-Stoß gegeben wird.
- b) Es wird ein Netzwerk gesucht, das einen Einschwingvorgang vorgeschriebener Steilheit am Ausgang liefert, wenn auf den Eingang ein Gleichstromschaltvorgang gegeben wird, und dessen Frequenzband möglichst begrenzt ist. Dem entspricht wieder die Aufgabe, ein Netzwerk zu suchen, das bei Erregung durch einen Dirac-Stoß am Ausgang einen Impuls vorgeschriebener Länge liefert, und dessen Frequenzband möglichst begrenzt ist.

Wegen der durch die Fouriertransformation vermittelten engen gegenseitigen Beziehungen zwischen Zeit- und Spektralfunktionen erfüllt ein für die eine Aufgabe gefundenes Netzwerk bei entsprechender Dimensionierung auch die Forderung der anderen Aufgabe.

Aus der Literatur sind mehrere Untersuchungen zu dieser Problemstellung bekannt (z. B. [1], [2]). Da-

bei werden in der Regel entweder für die Frequenzfunktion und damit für die Übertragungsfunktion des Netzwerkes oder für den Einschwingvorgang nach Erregung durch einen Gleichstromschaltvorgang oder Dirac-Stoß bestimmte Funktionen vorgeschrieben, die für die gestellten Forderungen günstig erscheinen und außerdem leicht zu behandeln sind. Für diese im allgemeinen transzendenten Funktionen werden die zugehörigen Zeitfunktionen bzw. Frequenzfunktionen errechnet und auf ihre Eignung untersucht.

Impulsformende Netzwerke aus konzentrierten Elementen haben rationale Übertragungsfunktionen, mit denen man die angenommenen transzendenten Übertragungsfunktionen zwar approximieren, aber nicht exakt darstellen kann. Approximationen dieser Art sind ebenfalls in der Literatur angegeben ([2]–[8]).

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst ein Maß für die Güte des impulsformenden Netzwerkes eingeführt, das sowohl das möglichst begrenzte Frequenzband als auch die möglichst große Steilheit des Einschwingvorganges bzw. die möglichst kurze Impulsdauer berücksichtigt. Dann werden die ersten Ergebnisse einer Untersuchungsreihe mitgeteilt, bei der rationale Funktionen unmittelbar auf ihre Verwendbarkeit als Übertragungsfunktionen impulsformender Netzwerke untersucht worden sind. Die bisherigen Arbeiten und Ergebnisse beschränken sich dabei auf Polynomfilter. Netzwerke mit Nullstellen der Übertragungsfunktion, deren Dämpfungsang also Pole hat, werden später auf ihre Eignung untersucht. Die gewonnenen Ergebnisse werden mit den aus der Literatur bekannten Werten verglichen.

2. Vergleichsmaß für impulsformende Netzwerke

Die Übertragungsfunktion von linearen Systemen ist definiert als

$$A(p) = \frac{S_2(p)}{S_1(p)}, \quad (1)$$

wenn S_1 und S_2 die Laplacetransformierten der am Eingang und Ausgang vorliegenden Zeitfunktionen sind. Bei Systemen aus konzentrierten Elementen ist $A(p)$ rational. Da eine rationale Funktion bis auf ihre Pole analytisch ist, eine analytische Funktion aber nicht identisch verschwinden kann, muß $A(p)$ speziell auf der imaginären Achse überall existieren. Da aber $A(p)$ auf der imaginären Achse mit dem an einem Netzwerk meßbaren Frequenzgang übereinstimmt, folgt, daß auch der Frequenzgang überall existiert, eine exakte Begrenzung also nicht möglich ist. Man wird als Grenze des Frequenzbandes den Wert f_g ansehen, von dem ab der Betrag des Frequenzganges $|A(f)|$ um nicht mehr

dem $s(t)$ für wachsendes t zustrebt. t_2 ist der Zeitpunkt, in dem $s(t)$ um nicht mehr als vorgeschrieben von $s(t \rightarrow \infty)$ abweicht. Die Forderung lautet damit

$$\begin{aligned} |s(t)| &\leq q_t s(t \rightarrow \infty) & \text{für } t \leq t_1, \\ |s(t) - s(t \rightarrow \infty)| &\leq q_t s(t \rightarrow \infty) & \text{für } t \geq t_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Die Differenz $t_2 - t_1$ ist dann die Einschwingzeit, die als t_{gs} bezeichnet sei. Der Index S deutet auf die Erregung durch die Sprungfunktion (Gleichstromschaltvorgang) hin. Die Einschwingzeit von Übertragungssystemen für den Gleichstromschaltvorgang wird vielfach so wie hier definiert, wobei für q_t meist 0,1 (10%) angenommen wird.

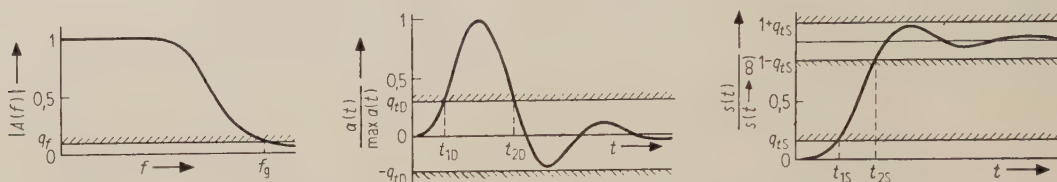


Bild 1. Erläuterung der Schranken im Frequenz- und Zeitbereich.

als im speziellen Fall vorgeschrieben von Null abweicht. Zweckmäßig bezieht man die Schranke auf den Höchstwert des Betrages der Übertragungsfunktion. Ist q_f der entsprechende Faktor, so lautet die Vorschrift:

$$|A(f)| \leq q_f \max |A(f)| \quad \text{für } f \geq f_g. \quad (2)$$

In den hier betrachteten Fällen nimmt $|A(f)|$ seinen Maximalwert stets bei $f=0$ an. Es ist also zu fordern:

$$|A(f)| \leq q_f |A(0)| \quad \text{für } f \geq f_g. \quad (3)$$

Im Zeitbereich liegen die Verhältnisse ähnlich. Als Antwort auf einen Dirac-Stoß im Zeitpunkt $t=0$ erhält man am Ausgang eines Netzwerkes aus konzentrierten Elementen eine für $t > 0$ analytische Zeitfunktion, die nicht identisch verschwinden kann. Beim Gleichstromschaltvorgang ergibt sich am Ausgang eine Funktion, die nicht identisch gleich einer Konstanten wird.

Auch hier wird man bestimmte Schranken festlegen, die durch die gewünschte Anwendung vorgeschrieben werden. Im Zeitbereich werden dabei zwei Grenzzeiten t_1 und t_2 festgelegt. Der Ausgangsimpuls $a(t)$ bei Erregung mit einem Dirac-Stoß überschreitet bei t_1 erstmalig die Schranke. Vom Augenblick t_2 an wird die Schranke nicht mehr überschritten. Wird wieder auf den Höchstwert $\max |a(t)|$ bezogen und ist q_t der entsprechende Faktor, so gilt

$$|a(t)| \leq q_t \max |a(t)| \quad \text{für } t \leq t_1 \quad \text{und} \quad t \geq t_2. \quad (4)$$

Die Impulsdauer ist dann $t_{gD} = t_2 - t_1$.

Der Index D deutet auf die Erregung durch einen Dirac-Stoß hin. Ganz entsprechend wird bei dem zum Gleichstromschaltvorgang gehörenden Einschwingvorgang $s(t)$ die Zeit t_1 als der Augenblick definiert, in dem $s(t)$ erstmalig um $q_t s(t \rightarrow \infty)$ von Null abweicht, wenn $s(t \rightarrow \infty)$ der Grenzwert ist,

Im Bild 1 wird die Definition der Schranken im Frequenz- und Zeitbereich erläutert. Die Einschwingvorgänge sind auf $\max a(t)$ bei der Antwort auf den Dirac-Stoß und auf $s(t \rightarrow \infty)$ bei der Antwort auf den Gleichstromschaltvorgang bezogen. Für die Schranken im Zeitbereich wurden in beiden Fällen verschiedene Werte angegeben. Es gehört q_{tD} zur Antwort auf den Dirac-Stoß, q_{tS} zur Antwort auf die Sprungfunktion.

Als Maß für die Güte des impulsformenden Netzwerkes bietet sich jetzt das Produkt der oben definierten Größen f_g und t_g an. Es sei

$$M = f_g t_g, \quad (6)$$

wobei t_g noch durch den Zusatzindex D oder S gesondert gekennzeichnet werden kann. Je kleiner M ist, desto besser ist die Forderung nach einem kurzen Einschwingvorgang bei begrenztem Frequenzband im Rahmen der gestellten Genauigkeitsansprüche erfüllt. Der sich ergebende Zahlenwert wird weitgehend durch die sich in q_f und q_t ausdrückenden Ansprüche bestimmt. Maßgebend können noch zusätzliche Forderungen sein. Wenn z. B. ein Impuls mit nur einem Durchschwingen bzw. Überschwingen verlangt wird, werden sich meist ungünstigere Werte ergeben als bei der Erfüllung der durch (4) bzw. (5) ausgedrückten Vorschrift.

Es ist zweckmäßig, eine Normierung der Abszisse vorzunehmen und dabei entweder auf den Grenzwert im Frequenz- oder im Zeitbereich zu beziehen. Hier wurde auf den Wert f_g bezogen und der Frequenzmaßstab in f/f_g geteilt. Als normierter Zeitmaßstab ergibt sich $t' = t f_g$. Entsprechend folgen die normierten Zeitwerte t'_1 und t'_2 . Um einen Vergleich verschiedener Einschwingvorgänge zu erleichtern, wurden die Zeitfunktionen um das jeweilige t'_1 nach links verschoben. Alle Vorgänge

überschreiten also im Koordinatenanfangspunkt erstmalig die Schranke. Der Wert t_2 kommt dabei unmittelbar an den Abszissenpunkt, der gleich dem eben definierten Vergleichsmaß für die untersuchten Netzwerke ist:

$$t_2 - t_1 = (t_2 - t_1) f_g = M. \quad (7)$$

Damit wird ein unmittelbarer Vergleich möglich.

Es hat sich gezeigt, daß man im Zeitbereich an der Antwort auf den Dirac-Stoß in wesentlich stärkerem Maße Abweichungen von der gewünschten Form erkennen kann als bei der Antwort zum Schaltvorgang. Schreibt man sowohl für den Impuls als auch für den Gleichstromschaltvorgang die gleiche Schranke q_t vor, so erhält man beim Gleichstromschaltvorgang einen wesentlich kleineren Zahlenwert für M als beim Impuls. Betrachtet man umgekehrt bei einem bestimmten Filter die Antworten auf Dirac-Stoß und Sprungfunktion, so lassen sich bei der Antwort auf die Sprungfunktion wesentlich kleinere Schranken angeben als bei der Antwort auf den Dirac-Stoß.

In Bild 1 wird dies erläutert. Die dort gezeigten Funktionen für Frequenz- und Zeitverhalten gehören zu einem Polynomfilter 5. Grades mit Tscheybyscheffischem Dämpfungsverlauf im Durchlaßbereich. Wenn verlangt wird, daß das erste Durchschwingen bzw. Überspringen innerhalb der Schranke bleibt, kann die Antwort auf den Dirac-Stoß nur eine Schranke $q_{tD} = 0,3$ einhalten, während für die Antwort auf die Sprungfunktion die Schranke $q_{ts} = 0,16$ möglich ist. Die Zeiten werden in beiden Fällen $t'_{gD} = 2,9$ und $t'_{gs} = 1,6$. Im folgenden wurde das schärfere Kriterium zugrunde gelegt, d. h. es wurde nur noch $a(t)$ untersucht. Die besondere Indizierung zur Kennzeichnung der sich auf den Dirac-Stoß beziehenden Werte wurde fortgelassen.

3. Untersuchungsmethode

In einer früheren Arbeit [9] wurde ein Verfahren mitgeteilt, mit dessen Hilfe es möglich ist, beliebige Übertragungsfunktionen am Analogrechner übersichtlich zu schalten. Frequenz- und Zeitverhalten der entsprechenden Netzwerke lassen sich dann leicht unmittelbar messen. Es ist dabei möglich, Pole oder Polpaare, Nullstellen oder Nullstellen-

stellen und keiner Nullstelle (gekennzeichnet als $A_{50}(p)$) erfolgt. Die rückwirkungsfreie Ketten-schaltung von $A_{10}(p)$, $A_{20}^{(1)}(p)$ und $A_{20}^{(2)}(p)$ ergibt die gewünschte Übertragungsfunktion. An den Teilübertragungsfaktoren lassen sich Pol bzw. Polpaare unmittelbar mit Potentiometern einstellen, ohne daß diese Veränderung die übrigen Teilübertragungsfaktoren beeinflusst. Durch systematisches Verändern der Pole kann man so eine Übertragungsfunktion mit günstigem Einschwingverhalten bekommen. Besonders an einem repetierenden Analogrechner gewinnt man ein solches Ergebnis relativ schnell. Der Wert t_g kann durch Messung von t_1 und t_2 unmittelbar gewonnen werden. Für den Grenzwert f_g im Frequenzbereich ist eine besondere Messung mit einer sinusförmigen Spannung veränderbarer Frequenz nötig, die am Analogrechner unmittelbar gewonnen werden kann. In Bild 2 wurden diese beiden Messungen schematisch angedeutet. Wie sie im einzelnen durchgeführt werden können, ist in der schon zitierten Arbeit [9] näher erläutert. Nach mehrmaligem Probieren hat man eine optimale Einstellung gefunden, bei der das Produkt M minimal ist.

Nach der geschilderten Methode wurden Polynomfilter vom Grade 2 bis 6 untersucht. Als Schranken wurden dabei willkürlich angenommen:

1. $q_f = q_t = 0,005$ (46 dB),
2. $q_f = q_t = 0,01$ (40 dB),
3. $q_f = q_t = 0,02$ (34 dB).

Zusätzliche Forderungen wurden nicht gestellt. Es wurde z. B. beim Zeitverhalten ein mehrmaliges Durchschwingen zugelassen. Ein optimaler Wert für M ließ sich erreichen, wenn der Impuls einige Male bis zu der gewählten Schranke durchschwang. Der Betrag des Übertragungsfaktors ging für wachsende Frequenz monoton nach Null.

Für die als optimal erkannten Lagen der Pole wurden dann Zeit- und Frequenzverhalten auf einer digitalen elektronischen Rechenmaschine nachgerechnet, wobei unmittelbar auf den Grenzwert f_g im Frequenzbereich normiert wurde. Sind p_{∞} , die am Analogrechner gefundenen optimalen Polstellen, so ist der Betrag des Frequenzganges, wenn auf den Wert $A(0)$ bezogen wird:

$$\frac{|A(j\omega)|}{A(0)} = \frac{\left| \prod_1^n p_{\infty} \right|}{\left| \prod_1^n (j\omega - p_{\infty}) \right|}. \quad (8)$$

$$\text{In} \quad \frac{|A(j\omega_g)|}{A(0)} = q_f \quad (9)$$

wurde ω_g bestimmt. Ist $p'_{\infty} = p_{\infty}/\omega_g$ die auf ω_g bezogene Polstelle, so wird

$$\frac{A(j\omega/\omega_g)}{A(0)} = \frac{A(jf/f_g)}{A(0)} = \frac{(-1)^n \prod_1^n p'_{\infty}}{\prod_1^n \left(\frac{j\omega}{\omega_g} - p'_{\infty} \right)}. \quad (10)$$

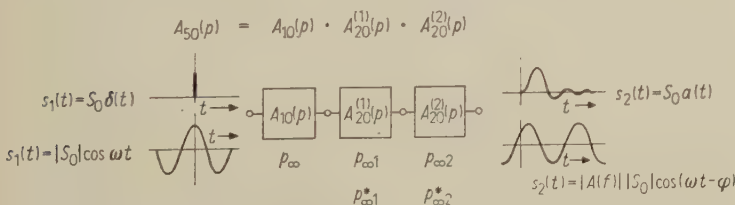


Bild 2. Schaltung und Messung von Übertragungsfunktionen.

paare einer Übertragungsfunktion unabhängig von den übrigen in der komplexen Ebene zu verschieben und den Einfluß ihrer verschiedenen Lage zu untersuchen. In Bild 2 wird schematisch angedeutet, wie die Aufteilung eines Polynomfilters mit fünf Pol-

Aus Gl. (10) wurde sowohl der Betrag des Frequenzganges

$$\frac{1}{A(0)} \left| A \left(\frac{jf}{f_g} \right) \right|$$

als auch die Gruppenlaufzeit

$$\tau_g = - \sum_{\nu=1}^n \frac{\sigma'_{\infty\nu}}{\sigma'^2_{\infty\nu} + \left(\frac{\omega}{\omega_g} - \omega'_{\infty\nu} \right)^2} \frac{1}{\omega_g} \quad (11)$$

bestimmt, die meist mehr als der Phasengang interessiert. In Gl. (11) sind $\sigma'_{\infty\nu}$ und $\omega'_{\infty\nu}$ Real- und Imaginärteil des Poles $p'_{\infty\nu}$. Bei den gezeichneten Kurven der Gruppenlaufzeit wurde auf $\tau(0)$ normiert.

Bekanntlich gewinnt man die Antwort des Netzwerkes mit der Übertragungsfunktion $A(p)$ auf eine Erregung durch einen Dirac-Stoß durch Bildung der inversen Laplacetransformierten (siehe z. B. [2], [6], [10], [11]). Bei Polynomfiltern ist in den hier interessierenden Fällen:

$$\begin{aligned} a(t') &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ A \left(\frac{p}{\omega_g} \right) \right\} = \\ &= \sum_1^m r_\mu e^{\sigma'_{\infty\mu} t'} \cos(\omega'_{\infty\mu} t' - \varphi_\mu) + r_0 e^{\sigma'_{\infty 0} t'}. \end{aligned} \quad (12)$$

r_μ und φ_μ sind Betrag und Winkel des Residuums, bezogen auf das Polstellenpaar $p'_{\infty\mu}$ und $p'^*_{\infty\mu}$.

Ist der Grad des Filters

$$n \text{ gerade, so ist } r_0 = 0, \quad m = \frac{n}{2},$$

$$n \text{ ungerade, so ist } r_0 \neq 0, \quad m = \frac{n-1}{2}.$$

Es wurde zunächst der Maximalwert $\max |a(t')|$ bestimmt, auf den dann alle Werte bezogen wurden.

4. Ergebnisse

4.1. Bekannte impulsformende Netzwerke

Eine Reihe von Übertragungssystemen, die aus der Literatur bekannt sind, wurde mit den im Abschnitt 2 eingeführten Bewertungsmaßstäben untersucht. In den Bildern 3 bis 6 sind zunächst die Ergebnisse im Zeit- und Frequenzbereich für idealisierte Übertragungsfunktionen sowie für einige rationale Näherungen zusammengestellt (Filter der Gruppe 1). Dabei zeigt Bild 3 die kennzeichnenden Zeitfunktionen $a(t)$, deren Ausschwingen in Bild 4 vergrößert dargestellt ist. In den Bildern 5 und 6 sind der Betrag der Übertragungsfunktion sowie, für die Näherungen, die Gruppenlaufzeit aufgezeichnet. Die Werte wurden für $q_f = q_t = 1\%$ errechnet, wobei, wie schon erwähnt, im Frequenzbereich auf f_g bezogen wurde.

Die Kurven a gehören zu einem Übertragungskanal, bei dem der Betrag der Übertragungsfunktion nach einer cos-Funktion abfällt, während die Laufzeit konstant ist. Da die zum kosinusförmigen Kanal gehörende Zeitfunktion mehr als

1% durchschwingt, liegt M hinter dem ersten Minimum. Man kann umgekehrt eine entsprechende kosinusförmige Gestalt für den Impuls wählen (meist \sin^2 -Impuls genannt). Wegen der Reziprozität von Zeit und Frequenz ändert das nichts an dem gefundenen Wert für M , da jetzt der Betrag der

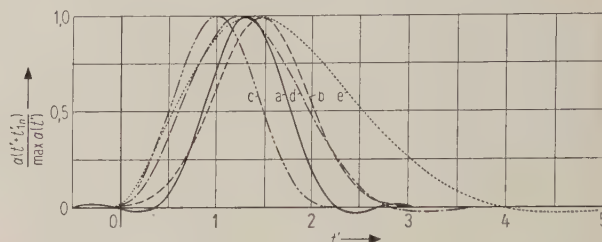


Bild 3. Kennzeichnende Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 1;

Kurve a: kosinusförmige Übertragungsfunktion,
Kurve b: Gaußsche Übertragungsfunktion,
Kurve c: Näherung nach THOMSON,
Kurve d: Näherung nach SCHUON,
Kurve e: Näherung nach VOSS.

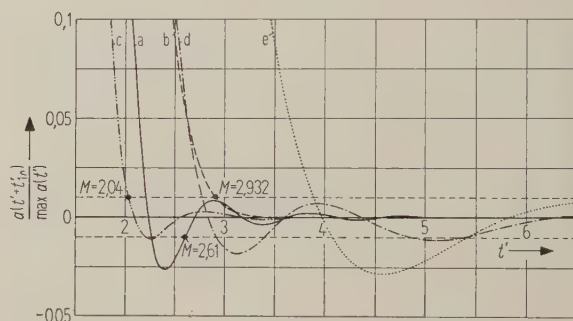


Bild 4. Ausschwingen der kennzeichnenden Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 1; Erläuterung der Kurven a—e siehe Bild 3.

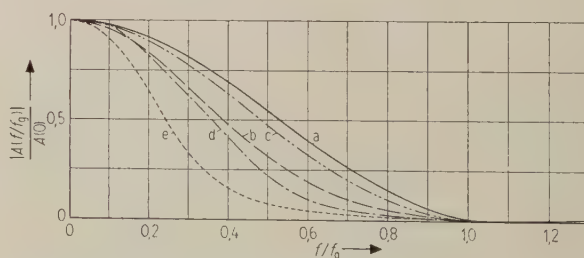


Bild 5. Betrag der Übertragungsfunktion von Filtern der Gruppe 1; Erläuterung der Kurven a—e siehe Bild 3.

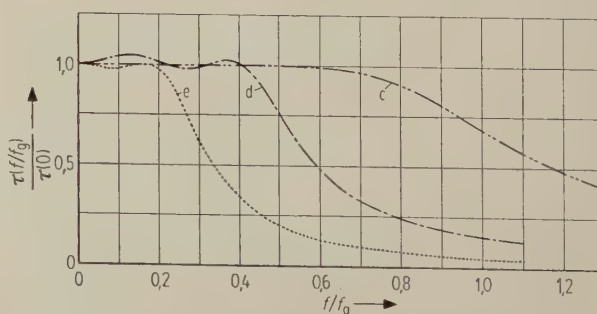


Bild 6. Normierte Gruppenlaufzeit von Filtern der Gruppe 1; Erläuterung der Kurven c—e siehe Bild 3.

Übertragungsfunktion nach der ersten Nullstelle noch mehr als 1% des Anfangswertes annimmt.

In den Kurven b werden die interessierenden Funktionen für einen Kanal gezeigt, bei dem der Betrag der Übertragungsfunktion nach der Gaußschen Fehlerkurve abfällt. Auch in diesem Fall ist die Laufzeit konstant. Hier wird ein Wert $M = 2,932$ erreicht.

In der Literatur wird ein Netzwerk angegeben, mit dem ein \sin^2 -Impuls annähernd erzeugt werden kann [4]. Die Nachrechnung zeigte, daß die durch die endlich gute Näherung sich ergebenden Abweichungen zu einem im hier gemeinten Sinne günstigeren Verhalten führen, als es der \sin^2 -Impuls selbst hat (Kurven c). Der Impuls schwingt nur vernachlässigbar wenig über die 1%-Grenze hinaus. Es ergibt sich ein M von 2,04, während mit dem exakten \sin^2 -Impuls, wie beim kosinusförmigen Kanal, nur 2,61 erreicht werden kann.

In [5] ist ein Verfahren angegeben, mit dem eine nach Betrag und Phase vorgeschriebene Übertragungsfunktion durch eine rationale Funktion approximiert werden kann. Als Beispiel wurde in der zitierten Arbeit eine Näherung der Gaußschen Übertragungsfunktion mit einem Polynomfilter 5. Grades errechnet. Die Kurven d zeigen die Ergebnisse im Zeit- und Frequenzbereich. Der Vergleich mit der Gaußschen Übertragungsfunktion täuscht, da die hier stets durchgeführte Normierung auf f_g bei $|A(f_g)| = 0,01 \cdot A(0)$ die beiden Frequenzgänge bei einem Frequenzwert zur Deckung bringt, der außerhalb des in [5] gewählten Approximationsbereiches liegt. Zum Vergleich mit den übrigen Ergebnissen waren diese Verzerrungen aber erforderlich.

Schließlich wurde ein von Voss angegebenes Polynomfilter 3. Grades unter den hier gewählten Gesichtspunkten untersucht ([3], auch behandelt in [7]). Aus allgemeinen Überlegungen über günstiges Einschwingverhalten werden dort die Forderungen nach einem wannenförmigen Dämpfungsverlauf und nach einem geebneten Laufzeitgang abgeleitet und mit einem Filter 3. Grades erfüllt. Die Kurven e zeigen die hier gefundenen Ergebnisse. Die Gruppenlaufzeit schwankt nur sehr gering, die kennzeichnende Zeitfunktion schwingt dagegen mehr als 1% durch. Ein Vergleich mit dem in [7] für dieses Filter errechneten Gleichstromschaltvorgang zeigt auch hier, daß die kennzeichnende Zeitfunktion eine wesentliche schärfere Beurteilung zuläßt.

Die Bilder 7 bis 10 zeigen die Ergebnisse für die in [8] angegebenen Filter (Filter der Gruppe 2). Die Reihenfolge der dargestellten Funktionen ist die gleiche wie bei der Gruppe 1. In Bild 9 ist zum Vergleich die kosinusförmige Übertragungsfunktion angegeben.

Die zitierte Arbeit hat Filter zum Ziel, deren Gruppenlaufzeit Potenzverhalten aufweist, also maximal flach ist. Kennzeichnend ist, daß der Nenner der erhaltenen Übertragungsfunktion ein Besselpolynom ist. Es wird nachgewiesen, daß mit wachsender Gradzahl eine wachsende Annäherung

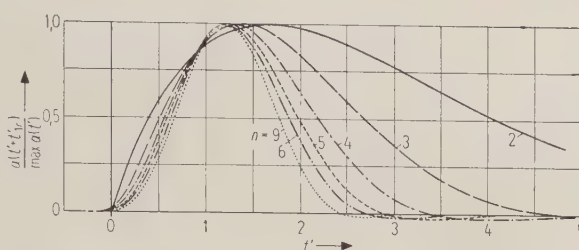


Bild 7. Kennzeichnende Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 2.

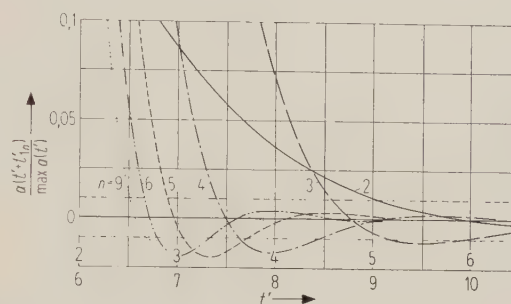


Bild 8. Ausschwingen der kennzeichnenden Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 2. (Für $n = 2$ gilt der untere, für $n = 3, 4, 5, 6$ und 9 der obere Abszissenmaßstab.)

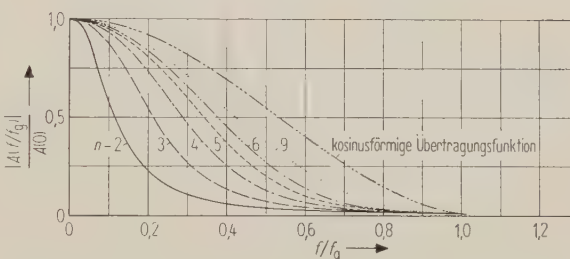


Bild 9. Betrag der Übertragungsfunktion von Filtern der Gruppe 2.

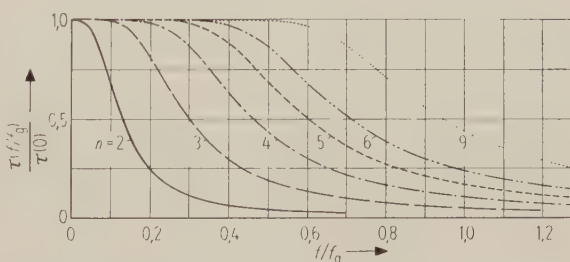


Bild 10. Normierte Gruppenlaufzeit von Filtern der Gruppe 2.

an den Gauß-Impuls erreicht wird. Die hier gezeigten Kurven lassen erkennen, wie mit wachsendem Grad des Filters der Wert M sinkt, das Filter also in dem hier definierten Sinne zu einem besseren Impulsformer wird. Das Filter 9. Grades ist mit aufgeführt, um zu zeigen, welche Werte mit noch vertretbarem Aufwand auf diesem Wege erreicht werden können.

4.2. Neue Ergebnisse

Die Bilder 11 bis 15 geben die interessierenden Funktionen für Polynomfilter vom Grade 2 bis 6 an,

die in einer Versuchsreihe als optimal ermittelt wurden (Filter der Gruppe 3). Zugrundegelegt wurde eine Schranke von $q_f = q_t = 0,01$. In Bild 14 wurde zum Vergleich wieder die kosinusförmige Übertragungsfunktion eingezeichnet. Der Vergleich mit den Kurven in den Bildern 3 und 4 bzw. 7 und 8 läßt erkennen, daß bei der gegebenen Fragestellung in jedem Fall ein günstigerer Wert erreicht werden kann, wenn ein Filter gleicher Gradzahl zum Vergleich herangezogen wird. In Bild 12 ist im vergrößerten Maßstab das Anschwingen der kenn-

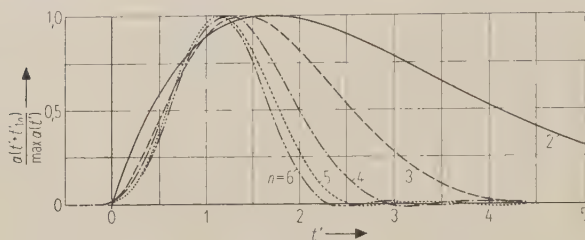


Bild 11. Kennzeichnende Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 3.

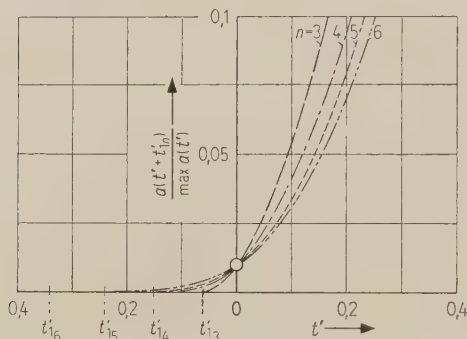


Bild 12. Anschwingen der kennzeichnenden Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 3.

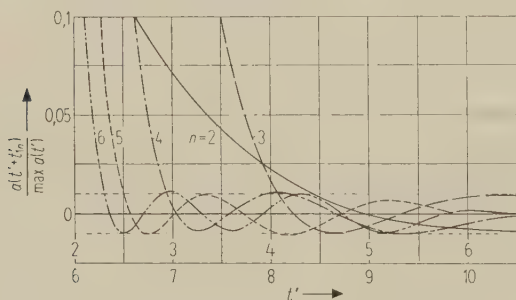


Bild 13. Ausschwingen der kennzeichnenden Zeitfunktion von Filtern der Gruppe 3. (Für $n = 2$ gilt der untere, für $n = 3, 4, 5$ und 6 der obere Abszissenmaßstab.)

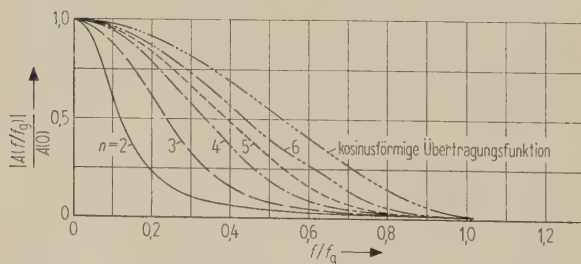


Bild 14. Betrag der Übertragungsfunktion von Filtern der Gruppe 3.

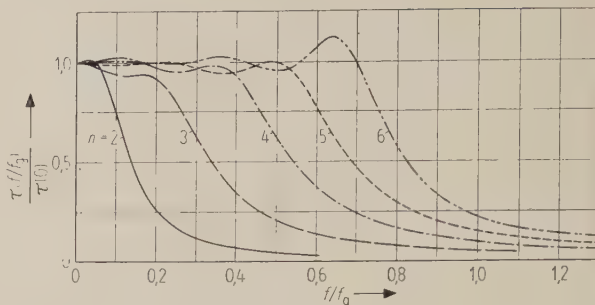


Bild 15. Normierte Gruppenlaufzeit von Filtern der Gruppe 3.

zeichnenden Zeitfunktion dargestellt. Das in Bild 13 gezeigte Ausschwingen der Filter macht deutlich, wie genau die Einstellung am Analogrechner vorgenommen werden kann. Die Kurven, die auf Grund der digitalen Nachrechnung gezeichnet wurden, weichen nur wenig von den durch die geforderten Grenzen gesetzten Schranken ab. An den Bildern 14 und 15 ist bemerkenswert, daß die Gruppenlaufzeit der sich ergebenden Filter zum Teil erhebliche Schwankungen aufweist, während der Amplitudengang, wie bei den übrigen Filtern, monoton nach Null geht.

Bei den Untersuchungen zeigte sich, daß sich für eine ganze Reihe von Polstellenlagen günstige Werte für M ergeben. Das Optimum ist also relativ breit. Das hat zur Folge, daß schon nach kurzem Probieren eine Polstellenlage gefunden werden kann, die einen guten Wert für M ergibt. Mit größerem Zeitaufwand läßt sich nur noch eine geringe Verbesserung erzielen. Man kann also mit diesem Verfahren relativ schnell für spezielle Forderungen bezüglich q_t und q_f impulsformende Netzwerke finden, wenn die hier der Untersuchung zugrundegelegten Werte für die Schranken nicht passend sind.

4.3. Zusammenstellung der Ergebnisse

In Tabelle I sind die Ergebnisse der Untersuchungen für die hier gewählten Schranken $q_f = q_t = 0,005; 0,01; 0,02$ zusammengestellt. Zum Vergleich sind die Werte für M angegeben, die ein ideales Gauß-Filter unter diesen Bedingungen ergibt. Beim Vergleich der Ergebniswerte für 0,005 und 0,02 mit den vorher gebrachten Kurven ist zu beachten, daß die im Frequenz- und Zeitbereich veränderte Schranke auch zu einer anderen Normierung führt. Die gefundenen Filter haben bei $f/f_g = 1$ den für die jeweilige Zeile maßgebenden Schrankenwert.

Tabelle I. Optimale Werte für M , verglichen mit Gauß-Filter.

Filterart Schranke	Gauß- Filter	Polynomfilter vom Grade				
		2	3	4	5	6
$q_f = q_t = 0,005$	3,373	13,46	5,68	3,83	3,14	2,75
$q_f = q_t = 0,01$	2,932	8,48	4,10	2,96	2,53	2,31
$q_f = q_t = 0,02$	2,490	5,32	3,04	2,34	2,07	1,92

Tabelle II. Polstellen der optimalen Polynomfilter.

Filterart		Polynomfilter vom Grade				
Schranke		2	3	4	5	6
$q_f = q_t =$ $= 0,005$	σ'_1	- 0,06164	- 0,12905	- 0,15633	- 0,2189	- 0,18848
	ω'_1	0,03482	0	0,3047	0	0,3472
	σ'_2		- 0,12518	- 0,17580	- 0,2027	- 0,21298
	ω'_2		0,1497	0,09880	0,2144	0,11308
	σ'_3				- 0,1657	- 0,14701
	ω'_3				0,4448	0,58733
$q_f = q_t =$ $= 0,01$	σ'_1	- 0,08333	- 0,15546	- 0,16416	- 0,23796	- 0,19762
	ω'_1	0,05541	0	0,38169	0	0,38536
	σ'_2		- 0,14613	- 0,19388	- 0,21633	- 0,22964
	ω'_2		0,20614	0,12329	0,25094	0,12539
	σ'_3				- 0,16224	- 0,13438
	ω'_3				0,52352	0,65611
$q_f = q_t =$ $= 0,02$	σ'_1	- 0,11111	- 0,18325	- 0,16662	- 0,2971	- 0,2120
	ω'_1	0,08822	0	0,47088	0	0,4134
	σ'_2		- 0,17042	- 0,21099	- 0,2475	- 0,26044
	ω'_2		0,27763	0,15237	0,26543	0,1340
	σ'_3				- 0,16255	- 0,1219
	ω'_3				0,58758	0,71634

In Tabelle II sind die Polstellen der ermittelten Filter zusammengestellt. Besser als die hier angegebenen Polynomfilter ist das von THOMSON gefundene Netzwerk zur Approximation des \sin^2 -Impulses, dessen Frequenz- und Zeitverhalten in den Kurven c der Bilder 3 bis 6 aufgezeichnet ist. Als Filter 7. Grades mit vier Nullstellen auf der imaginären Achse (Dämpfungspole) entspricht es im Aufwand einem Polynomfilter 9. Grades. Die Nullstellen bewirken einen steileren Anstieg der Zeitfunktion für $t > 0$, sie gestatten eine bessere Ausnutzung des bis $f/f_g = 1$ zur Verfügung stehenden Frequenzbandes, da sie einen steileren Abfall bei der Grenze bewirken. Darüber hinaus hat das Filter bis zu einer extrem hoch liegenden Frequenz eine konstante Gruppenlaufzeit.

Es ist beabsichtigt, die durch die Einführung von Zählernullstellen sich ergebenden weiteren Möglichkeiten zur Bildung günstiger impulsformender Netzwerke in einer weiteren Versuchsreihe zu untersuchen.

Die Verfasser danken Herrn Dipl.-Ing. SACHS, der in seiner Diplomarbeit einen großen Teil der mitgeteilten Ergebnisse gefunden hat. Die Rechnungen wurden am Analogrechner RA 463/2 bzw. an der

Digitalmaschine Z 22 des Rechenzentrums Aachen durchgeführt. Herrn Professor Dr. CREMER und seinen Mitarbeitern danken die Verfasser für die Erlaubnis zur Benutzung der Maschinen und für die Hilfe bei den Rechnungen.

Schrifttum

- [1] KÜPFMÜLLER, K., Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1952.
- [2] HÖLZLER, E. und HOLZWARTH, H., Theorie und Technik der Pulsmodulation. Springer-Verlag, Berlin 1957.
- [3] VOSS, H. H., Realisierbare Tiefpässe und Bandpässe minimaler Phase mit gegebener Laufzeit und aperiodischem Einschwingverhalten. Frequenz 8 [1954], 97–102.
- [4] THOMSON, W. E., The synthesis of a network to have a sin-squared impulse response. Proc. Instn. Elect. Engrs. (III) 99 [1952], 373–376.
- [5] SCHUON, E., Gleichzeitige Approximation des Betrages und Winkels eines Übertragungsfaktors durch ein Polynom. Frequenz 12 [1958], 318–323.
- [6] GENSEL, J., Beiträge zur Theorie der Impulsverzerrungen in Schmalbandsystemen. Akademie-Verlag, Berlin 1959.
- [7] FETZER, V., Einschwingvorgänge in der Nachrichtentechnik. Porta Verlag, München, und Verlag Technik, Berlin 1958.
- [8] THOMSON, W. E., Networks with maximally flat delay. Wirel. Engr. 29 [1952], 256–263.
- [9] SCHÜSSLER, W., Schaltung und Messung von Übertragungsfunktionen an einem Analogrechner. A.E.Ü. 13 [1959], 405–419.
- [10] DOETSCH, G., Einführung in die Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation. Birkhäuser-Verlag, Basel/Stuttgart 1958.
- [11] KAUFMANN, H., Dynamische Vorgänge in linearen Systemen der Nachrichtentechnik. R. Oldenbourg Verlag, München 1959.

BUCHBESPRECHUNGEN

H. Buchholz, Elektrische und magnetische Potentialfelder. Springer-Verlag, Berlin 1957, XIX, 552 Seiten, 202 Bilder, 16 cm \times 23 cm, Ganzleinen DM 72,—.

Die Potentialtheorie, welche schon seit langem ein mehr oder weniger abgeschlossenes Gebiet ohne besondere Impulse darstellte, rückte in neuester Zeit erneut ins Blickfeld der Physiker und Elektroingenieure. Anlaß dazu war die Entwicklung der Ionen- und Elektronenoptik mit ihren Anwendungsgebieten wie z. B. der Elektronenmikroskopie, der Massenspektroskopie und verschiedenen anderen Gebieten der Kernphysik. Bekanntlich werden hier zur Abbildung oder zur Fokussierung geeignet gewählte elektrische und magnetische Potentialfelder benötigt, welche an die Stelle der lichteoptischen Linsen treten. Zur Neubelebung des Interesses für Potentialfelder hat aber auch die moderne Fernmeldetechnik beigetragen, insofern die im TEM-Typ angeregten Hochfrequenzleitungen mit einem oder mehreren Innenleitern zu Feldverteilungen Anlaß geben, welche in den Querschnittsebenen des Leiters Potentialfelder darstellen.

Das vorliegende Buch von HERBERT BUCHHOLZ entspricht einem echten Bedürfnis des technischen Physikers nach einer zusammenfassenden Darstellung der Potentialtheorie mit modernen Problemstellungen. Der Verfasser, ein hervorragender Könnler der angewandten Mathematik, hat in seinem etwa 550 Seiten umfassenden Werk eine überraschend große Zahl von Aufgaben im Sinne der oben genannten Interessensgebiete behandelt.

In mathematischer Hinsicht ist die klare Diktion und der sorgfältig durchgeführte Aufbau der einzelnen Kapitel hervorzuheben. Aus der Lösung eines mehr oder weniger abstrakten Problems leiten sich jeweils die Lösungen einer ganzen Reihe praktisch interessierender Konfigurationen ab, welche auf den ersten Blick keine innere Verwandtschaft aufweisen. Zum Beispiel folgt mittels Verwendung von bispärischen Koordinaten aus der Greenschen Funktion für zwei geerdete metallische Kugeln sowohl die Lösung des Problems des kugelförmigen metallischen Erds als auch die Darstellung des Feldverlaufes eines ursprünglich homogenen, durch zwei Kugeln gestörten elektrischen Feldes. Oder bei Verwendung von toroidalen Koordinaten entspringt das Potentialfeld der Kreislochplatte der gleichen allgemeinen Lösung wie etwa das Potentialfeld einer Kugel.

Die Einteilung des Stoffes erfolgte zwanglos einerseits nach dem Gesichtspunkt der physikalischen Beschaffenheit des Potentialfeldes (elektrostatisch, magnetostatisch bzw. Hochfrequenzfeld), andererseits ob es sich um ein ebenes oder räumliches Feld handelt.

Die mathematische Behandlung besteht naturgemäß aus der Auflösung der Laplaceschen Differentialgleichung mit Berücksichtigung von entsprechend formulierten Randbedingungen bzw. Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen. Durch die Rand- und Stetigkeitsbedingungen wird eindeutig das betreffende Problem charakterisiert. In vielen Problemstellungen handelt es sich darum, die zu ∇^2 gehörige Greensche Funktion mit passend gewählten homogenen Randbedingungen zu konstruieren, woraus dann mit Hilfe der Greenschen Integralsätze die gewünschte Lösung gefunden wird. Wo die Greensche Funktion in expliziter Form nicht benötigt wird, handelt es sich um Lösungen im unbeschränkten isotropen Raum (wie z. B. dem Potentialfeld der stromdurchflossenen Schraubenlinie bzw. eines Bandleiters u. a. mehr) oder auch um bestimmte ebene Probleme, bei denen die explizite Gewinnung der Greenschen Funktion keine Vereinfachung des Rechnungsvorganges bedeutet. Die Methoden zur Darstellung der Greenschen Funktion bzw. der gesuchten Lösung sind im Fall ebener und räumlicher Felder wesentlich verschieden. Im ebenen Fall zieht man bekanntlich mit Vorteil die Methoden der konformen Abbildung heran, während bei dreidimensionalen Feldern nach Wahl eines passenden Koordinatensystems die Greensche Funktion aus den partikulären Lösungen in Form einer Reihen- oder Integraldarstellung aufgebaut werden kann. Im vorliegenden Buche werden die hier skizzierten Methoden ausschließlich verwendet. Der Verfasser ist stets

bestrebt, auch aus zunächst unübersichtlichen Resultaten durch Reihentransformationen oder mit anderen Hilfsmitteln der Funktionentheorie übersichtliche und praktisch gut verwertbare Endformeln herzustellen.

Die beiden einführenden Kapitel behandeln die physikalischen und mathematischen Grundlagen, auf welche sich alle folgenden Kapitel stützen. Das 3. und 4. Kapitel ist den ebenen elektrischen und den ebenen Hochfrequenzfeldern gewidmet. Der Verfasser bringt fast ausschließlich Beispiele, welche von der üblichen Norm abweichen. Auf die Behandlung des ebenen Kondensators wird verzichtet, dafür sind im 4. Kapitel eine Reihe aktueller Fragen der Leitungstheorie aufgenommen, wie etwa das Breitbandkabel mit Längsschlitz bzw. der mehrteilige Schirmleiter oder die Theorie der „unrunden“ Breitbandkabel usw.

Im 5. und 6. Kapitel finden die räumlichen elektrischen und magnetischen Felder eine sehr ausführliche Darstellung. Auch hier gilt die schon früher gemachte Bemerkung, welche die Originalität der gewählten Beispiele betrifft. Besonders erwähnt seien die schönen Entwicklungen, welche vom einfachen Schraubenleiter ausgehend in weiterer Folge exakt das Bandleitergeflecht oder den Schirmleiter mit verdrehtem Leiterpaar behandeln. Als weitere Beispiele von Stromspulenfeldern bringt der Verfasser eine große Zahl von Transformatorproblemen, wie z. B. die Berechnung von Streureaktanzen und von Selbstinduktivitäten verschiedener Anordnungen.

Die beiden letzten Kapitel handeln von ebenen magnetischen Feldern. Das Anwendungsgebiet betrifft die elektrischen Maschinen und enthält speziell für den Starkstromingenieur eine Reihe ausgewählter Aufgaben. Es seien angeführt: Probleme der Vollpolmaschine, Berechnung der mathematischen Flüsse an Polschuhen, Theorie der zweipoligen Drehfeldmaschine usw.

Das Buch schließt mit einem mathematischen Anhang, welcher längere mathematische Ableitungen, die den Text belasten würden, enthält.

BUCHHOLZ hat sich mit der Abfassung seiner Potentialtheorie ohne Zweifel große Verdienste erworben und es ist zu hoffen, daß dieses ausgezeichnete Buch vor allem als Nachschlagewerk für den wissenschaftlich gebildeten Ingenieur und den technischen Physiker einen weiten Leserkreis findet.

E. LEDINEGG

L. D. Smullin und H. A. Haus, Noise in electron devices. Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology, J. Wiley & Sons, Inc., New York, und Chapman & Hall, Ltd., London 1959, 413 Seiten, 109 Bilder, 16 cm \times 24 cm, Ganzleinen US-\$ 12,—.

Das Buch enthält sieben Vorträge, die 1955 in einem Sommerkurs über „Noise in electron devices“ am Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., von Spezialisten gehalten wurden. Die bedeutenden Fortschritte, die in den letzten Jahren im Verständnis der Rauschprobleme bei Vakuumröhren und Festkörper-Bauelementen gemacht wurden, sind in sieben Kapiteln in straffer Darstellung zusammengefaßt.

Kapitel 1, „Shot noise from thermionic cathodes“ von C. F. QUATE, behandelt für eine ebene Vakuumdiode das Schrotrauschen (Dichte- und Geschwindigkeitsschwankungen) des durch thermische Emission der Kathode übergehenden Stromes bei Sättigung und bei Raumladungsbegrenzung, bei kurzen Laufzeiten (mittlere Frequenzen) und langen Laufzeiten (hohe Frequenzen).

Im Kapitel 2, „Low-frequency noise in vacuum tubes (flicker effect)“ von A. VAN DER ZIEL, wird der augenblickliche Stand der Theorie des niederfrequenten Funkelrauschens bei Vakuumröhren mit Oxyd-, Wolfram- und L-Kathoden gegeben, und experimentelle Ergebnisse über den Einfluß der Röhrenabmessungen und des Kathodenmaterials auf den Funkeffekt werden mitgeteilt.

Kapitel 3, „Signal and noise propagation along electron beams“ von H. A. HAUS, beschreibt für Mikrowellen-Strahl-

röhren, wie Wanderfeldröhren, Klystrons, Rückwärtswellenröhren und andere, die Ausbreitung von Signalen längs eines eindimensionalen Elektronenstrahls, die Darstellung der Verstärkereigenschaften und des Strahlrauschens mit Hilfe der Matrizenrechnung und gibt an, welches Minimum der Rauschzahl bei diesem idealisierten Elektronenstrahl erreicht werden kann.

Kapitel 4, „Noise in grid-control tubes“ von T. E. TALPEY, beschäftigt sich mit den Rauschquellen in gittergesteuerten Vakuumröhren, der Theorie allgemeiner rauschender Vierpole und der Messung der Rauschquellen und der Rauschzahl.

Im Kapitel 5, „Low-noise traveling-wave tubes“ von R. W. PETER, werden für Wanderfeldröhren die Rauschursachen genannt, und die Theorie des Rauschens für verschwindenden und für endlichen Strahldurchmesser wird kurz beschrieben. Dann folgt die Behandlung rauscharmer Elektronenkanonen und zusätzlicher Rauscherscheinungen sowie die Angabe von Meßmethoden für das Strahlrauschen und die Verstärker-Rauschzahl. Schließlich werden Konstruktionsregeln für rauscharme Wanderfeldröhren und Ergebnisse eines ausgeführten Musters mitgeteilt.

Kapitel 6, „Semiconductor noise“ von A. VAN DER ZIEL, bringt die Darstellung des Rauschens erstens in massivem, sperrschichtfreiem Halbleitermaterial, in dem sich die Ladungsträger auf Grund eines elektrischen Feldes bewegen, und zweitens in Halbleiterelementen mit Sperrschichten (Dioden, Transistoren), in denen die Ladungsträgbewegung durch Diffusion erfolgt. Für Dioden und Transistoren werden Ersatzschaltungen angegeben, die das Schrottrauschen bei mittleren Frequenzen und den Rauschanstieg bei hohen Frequenzen erfassen.

Kapitel 7, „Noise in transistors“ von W. H. FONGER, behandelt die Diffusionstheorie der Flächentransistoren, das Schrottrauschen bei Diffusion und Rekombination der Ladungsträger und das 1/f-Rauschen, das auf Schwankungen der Oberflächen-Rekombinationsgeschwindigkeit und Schwankungen des Leckstromes in Sperrichtung zurückgeführt wird. Dimensionierungsregeln für rauscharme Transistorverstärker werden angegeben. Ein Abschnitt geht auf das Rauschen ein, das bei Bestrahlung mit Teilchen hoher Energie auftritt.

Jedem Kapitel ist ein Verzeichnis der wichtigsten einschlägigen Originalliteratur beigelegt. Ein etwas knappes Stichwortverzeichnis befindet sich am Schluß.

Das Buch kann allen empfohlen werden, die eine weitgehende Einführung in den modernen Stand der Rauschuntersuchungen an den genannten Verstärkerelementen wünschen.

J. SCHUBERT

Lexikon der Hochfrequenz-, Nachrichten- und Elektrotechnik, herausgegeben von C. RINT, Porta-Verlag, München. Band 4: Buchstaben R—Z (852 Seiten, 1959); DIN A 6. Ganzleinen DM 28,75.

Im November 1959 wurde der vierte und letzte Band des „Lexikon der Hochfrequenz-, Nachrichten- und Elektrotechnik“ herausgegeben und damit diese umfassende Arbeit abgeschlossen, die bereits in einer Stellungnahme zur Herausgabe der ersten drei Bände in dieser Zeitschrift gekennzeichnet wurde*. Die letzte Gruppe der alphabetisch geordneten Reihe enthält nahezu 4200 Fachwörter. Um Umfang und Ausmaß an Wissen und Bearbeitung des Gebotenen sinnfällig vor Augen zu führen, sollen hier einige Beispiele angeführt werden: Die im Ausland geprägten Kennwörter für neue Effekte und deren Verwendung sind ausnahmslos aufgenommen; wie das „overshooting“ bei Ausschwingvorgängen, der „Schmitttrigger“, der sich in charakteristischer Weise von bistabilen Multivibratoren üblicher Ausführung unterscheidet, der „Spacistor“, ein Vierschicht-Transistor, der als direkt gekoppelte Zweistufeneinheit eingesetzt werden kann.

Auch über Spezifika der sogenannten Randgebiete, wie Halbleiterphysik, Atomphysik, Chemie der Kunststoffe usw., erhält man erschöpfend Auskunft; als eines von vielen Beispielen soll hier nur das Szilard-Chalmers-Verfahren genannt werden.

Bereits jetzt werden im Porta-Verlag neue Arbeiten zur Information der Fachwelt auf internationaler Basis vorberei-

tet: Im „Lexikon“ ist für jedes der — insgesamt weit über 15 000 — Fachwörter die entsprechende Bezeichnung in englischer, französischer und russischer Sprache angeführt. Diese fremdsprachigen Bezeichnungen sollen in diesem Jahr zu Fachwörterbüchern aus den vier Sprachen verarbeitet werden. Auch ein Supplementband für 1961 ist geplant, der in erster Linie die Weiterentwicklung in allen Sparten berücksichtigen soll.

J. PIESCH

E. Roßberg und H. Korta, Fernschreib-Vermittlungstechnik. R. Oldenbourg Verlag, München 1959, 343 Seiten, 208 Bilder, 15,5 cm × 23,5 cm, Ganzleinen DM 35,—.

Die Fernschreibvermittlungstechnik entwickelt sich immer mehr zu einem selbständigen Zweig der Nachrichtentechnik. Das vorliegende Buch behandelt dieses aktuelle Sondergebiet in breitem Rahmen.

Eine gewisse Kenntnis der Fernschreibtechnik muß beim Leser allerdings vorausgesetzt werden, denn alle bekannt gewordenen Fernschreibwählsysteme und Vermittlungsanlagen werden in Einzelheiten beschrieben. Das Buch unterscheidet Vermittlungseinrichtungen mit durchgehender Verbindung von Teilnehmer zu Teilnehmer (Handvermittlungen, Fernschreibwähllämper, Telexschranke) und die immer mehr an Bedeutung gewinnenden Speichervermittlungen, bei denen die Nachrichten absatzweise weitergeleitet werden. Besonders eingehend werden die im Ausland oder für das Ausland gebauten Einrichtungen behandelt. Die Verfasser, die beide bei der Firma Siemens & Halske in leitender Stellung tätig sind, sind hierzu schon auf Grund des hohen Exportanteils dieser Firma wie wenige andere in der Lage. Es folgen Abschnitte über Fernschreibgebühren, Prüfeinrichtungen und sogar Richtlinien für die Planung von Fernschreibanlagen. Abgerundet wird das Buch durch einen Anhang mit Grundbegriffen der Fernschreibtechnik und neuesten Empfehlungen des CCITT sowie einen umfangreichen Schrifttumsnachweis.

In Anbetracht des Spezialgebietes wendet sich das Buch hauptsächlich an den Fachmann. Diesem bietet es einen guten Überblick über den heutigen Stand der Fernschreibvermittlungstechnik und wertvolle Hinweise für seine Arbeit.

K. HALLER

G. V. Lago und D. L. Waidelich, Transients in electrical circuits. Ronald Press Co., New York 1958, 390 Seiten, 395 Bilder, 15,5 cm × 23,5 cm, Ganzleinen US-\$ 9,—.

Während in Deutschland die Anzahl der sich mit Einschwingproblemen befassenden Fachbücher verhältnismäßig gering ist, sind in den U.S.A. in den letzten Jahren mehrere Werke erschienen, die speziell Einschwingvorgänge in elektrischen Stromkreisen behandeln. In diesem Zusammenhang seien die Autoren ASELTINE, CUCCIA, SKILLING, THOMPSON und WARE-TOWN genannt.

Die vorliegende Neuerscheinung ist speziell für Studenten der ersten Semester geschrieben worden, sie behandelt hauptsächlich einfachere Einschwingfragen. Aus diesem Grunde fehlen auch die partiellen Differentialgleichungen. Vorausgesetzt werden Differential- und Integralrechnung sowie eine Einführung in die Theorie der Elektrotechnik. Während in den ersten Kapiteln gewöhnliche lineare Differentialgleichungen nach der klassischen Methode gelöst werden, wird in den folgenden Kapiteln die Laplace-Transformation zur Behandlung von Integral- bzw. Differentialgleichungen verwendet. Bei der Durchführung der Laplace-Methode fehlt der wichtige Faltungssatz. Auch ist bei der inversen Laplace-Transformation nicht auf den Residuensatz von Cauchy eingegangen worden, es ist nur eine Tabelle mit einigen Korrespondenzen für Bild- und Originalfunktion angegeben, die aber für praktische Berechnungen kaum ausreicht.

Die einzelnen Kapitel sind gut abgehandelt, wobei die Berechnungen teilweise bis in die einzelnen Details durchgeführt werden.

Sehr begrüßenswert sind die vielen Abbildungen, die sich weniger auf Einschwingvorgänge als auf die Schaltungstechnik beziehen. Die Beispiele behandeln fast durchweg mögliche Kombinationen aus toten Schaltelementen (R , L und C).

* Siehe A.E.Ü. 13 [1959], 449.

Die benutzte, sich immer mehr einbürgernde Pol-Nullstellen-Darstellung in der komplexen Frequenzebene hat den Vorteil der guten Anschaulichkeit.

Wertvoll sind die vielen in den Text eingestreuten Abbildungen sowie die vorhandenen Diagramme und Tabellen. Im Anschluß an jedes Kapitel finden sich Beispiele und Aufgaben. Schöne Ausstattung von seiten des Verlages und gute Gliederung des Stoffes tragen wesentlich zum Wert dieses Buches bei.

Der Inhalt des Werkes wurde in 16 Kapitel eingeteilt. Diese sind:

1. Elektrische Stromkreise mit nur einem Schaltelement (R oder L oder C)
2. Elektrische Stromkreise, die ein Speicherelement enthalten (Urspannung oder Urstrom)
3. Elektrische Stromkreise mit zwei Speicherelementen (Differentialgleichungen zweiter Ordnung)
4. Serien-Parallel-Kreise mit zwei Speicherelementen (Parallelschaltung von Serienkreisen bzw. Serienschaltung von Parallelkreisen)
5. Einführung in die Laplace-Transformation nebst Anwendungsbeispielen
6. Zerlegung von algebraischen Polynomen in Linearfaktoren und Nullstellenbestimmung

7. Elektrische Stromkreise, die Gegeninduktivitäten enthalten (magnetisch gekoppelte Schwingkreise)
8. Einschwingvorgänge von Stromkreisen mit einer Wechselspannungsquelle
9. Wechselstromeinschaltvorgänge und andere Formungsvorgänge mittels der Laplace-Transformation (Umschaltung von einer Spannungsquelle auf eine andere, Rechteckwechsel, Dreieckimpuls)
10. Pol-Nullstellen-Darstellung von Impedanzen
11. Stationärer Zustand bei nichtsinusförmigen Formungsvorgängen (Rechteckwechsel und Sägezahnspannung auf Stromkreise mit zwei Speicherelementen; Stromkreise, die Gleichrichter enthalten)
12. Mechanische und elektromechanische Systeme
13. Regelsysteme mit Beispielen
14. Fouriersche Reihen
15. Fouriersche Integrale
16. Anwendungen der Fourierschen Integrale.

Ein Anhang enthält 14 Korrespondenzen mittels der Fourierschen Integrale und 32 Korrespondenzen mittels der Laplace-Transformation.

Das Buch kann Fachschulingenieuren und Studierenden der Elektrotechnik in den jüngeren Semestern empfohlen werden.

V. FETZER

Dreißig Jahre Heinrich-Hertz-Institut

Das Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung in Berlin-Charlottenburg veranstaltete aus Anlaß der 30. Wiederkehr der Gründung des Institutes und der Einweihung seines ersten Gebäudes am 4. März ein Festkolloquium in der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg. Eine große Zahl von Gästen aus Wissenschaft, Technik und Wirtschaft – unter ihnen viele frühere Mitarbeiter des Instituts – hatten sich zu diesem Festakt versammelt. Mit besonderer Freude wurde auch Frau ANNA WAGNER, die Witwe des verstorbenen ersten Institutsdirektors, Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. K. W. WAGNER, begrüßt, die es sich nicht hatte nehmen lassen, zu dieser Gelegenheit aus Friedrichsdorf/Taunus nach Berlin zu kommen.

Der derzeitig amtierende Institutsdirektor, Prof. Dr.-Ing. L. CREMER, gab zunächst nach herzlicher Begrüßung der Gäste einen kurzen Überblick über Entstehung und Entwicklung des Instituts, dessen Haus am Salzufer in Charlottenburg durch Kriegseinwirkung zerstört wurde, und das heute provisorisch in der Lebensstraße untergebracht ist. Der Vortragende konnte hierbei auch über die Pläne für den Neubau des Instituts berichten. An der Ecke Hertzstraße–Einsteinufer, gegenüber dem Platz des früheren Institutes, wird ein zehnstöckiges Hochhaus errichtet werden, in dem wie früher alle Abteilungen des Instituts untergebracht werden sollen.

Eine besondere Ehrung fanden die beiden Männer, deren Namen mit der Gründung und dem Aufbau des Instituts so

eng verbunden sind, und die ihm den Stempel ihrer Persönlichkeiten aufgedrückt haben: HANS BREDOW und KARL WILLY WAGNER. Staatssekretär Prof. Dr. K. HERZ würdigte die für die Schwingungstechnik wohl einmaligen Leistungen dieser beiden Männer. Als Mitglied des Vorstandes der Förderungsgemeinschaft überreichte Staatssekretär Prof. Dr. HERZ dem Institut zwei bronzene Flachreliefs mit den Bildern H. Bredows und K. W. WAGNERS, die später im Neubau des Instituts ihren endgültigen Ehrenplatz finden sollen.

Der Festakt schloß mit einem Experimentalvortrag über „Analoge Probleme in mechanischen und elektrischen Wellenfeldern“ von Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. E. MEYER, Göttingen, der von Beginn der Arbeit des Instituts bis Kriegsende die Abteilung Akustik des Heinrich-Hertz-Institutes geleitet hat. An einigen ausgewählten Beispielen – Linsen, reflexionsfreie Absorber, Faradayeffekt, parametrische Schwingungen und Verstärker – zeigte der Vortragende an Hand einer Reihe gelungener Versuche die Zusammenhänge zwischen Schwingungs- und Wellenproblemen in verschiedenen Gebieten der Physik und gab damit ein Beispiel dafür, wie wichtig die Behandlung von Schwingungs- und Wellenproblemen aller Art im gleichen Institut ist.

An den folgenden Tagen war Gelegenheit zur Besichtigung des provisorisch untergebrachten Instituts und zur Teilnahme an Vorführungen gegeben, die von vielen Teilnehmern wahrgenommen wurde.

J. SCHUNACK

Mitarbeiter dieses Heftes:

Dr. V. Fetzer, Stuttgart-13, Lembergstraße 20; Prof. Dr. Dr. K. Fränz, i. H. Telefunken GmbH., Forschungsinstitut, Ulm (Donau), Söflinger Straße 100; Dipl.-Ing. K. Haller, Starnberg, Hofbuchetstraße 1; Dipl.-Ing. O. Herrmann, im Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule, Aachen, Templergraben 55; Dr. W. Kautter, Großhesselohe bei München, Kreuzeckstraße 20; Dr. H. Kohl, im Max-Planck-Institut für Ionosphären-Physik, Lindau über Northeim/Hann.; Prof. Dr. E. Ledinegg, Institut für theoretische Physik der Technischen Hochschule, Graz, Kopernikusgasse 24 (Österreich); Dr. K. Schnetzler, i. H. Siemens & Halske AG, Zentral-Laboratorium, München 25, Hofmannstraße 51; Dr. J. Schubert, Ulm (Donau), Lehrertalweg 43; Dr. W. Schüller, im Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule, Aachen, Templergraben 55; Dipl.-Phys. G. Schulten, Priv.-Doz. Dr. H. Severin, i. H. Philips Zentrallaboratorium, Hamburg-Stellingen, Vogt-Kölln-Straße 30.

Alle Rechte, auch die der photomechanischen Wiedergabe, sind vorbehalten, jedoch wird gewerblichen Unternehmen die Anfertigung einer photomechanischen Vervielfältigung (Photokopie, Mikrokopie) von Beiträgen oder Beitragsteilen für den innerbetrieblichen Gebrauch nach Maßgabe des zwischen dem Börsenverein des Deutschen Buchhandels und dem Bundesverband der Deutschen Industrie abgeschlossenen Rahmenabkommens gegen Bezahlung der dort vorgesehenen Gebühren an die Inkassostelle für Photokopiergebühren beim Börsenverein des Deutschen Buchhandels, Frankfurt am Main, gestattet. Werden die Gebühren durch Wertmarken der Inkassostelle entrichtet, so ist für jedes Photokopierblatt eine Marke im Betrag von –,30 DM zu verwenden.

Schriftleitung:

Dr. phil.
J. Piesch
Wien IV/50
Karlsplatz 13
Fernruf U 465 30

Dr.-Ing.
J. Schunack
Berlin-Lichterfelde 1
Drakestraße 1a
Fernruf 73 22 61

Prof. Dr. techn. Dr.-Ing. E. h.
M. Strutt
Zürich 7
Gloriastraße 35
Fernruf 32 73 30

Oberstudiendir. Dr. phil.
A. Thoma
Fulda
H.-von-Bibra-Platz 1
Fernruf (vormittags) 29 62
(nachmittags) 44 28

Geschäftsführende Redaktion und Anzeigenverwaltung:

Ing. Friedrich Rühmann
(17a) Karlsruhe-Durlach, Machstraße 4, Fernruf 42 85 4

Alle Zuschriften werden entweder an die Schriftleitung oder an die Geschäftsführende Redaktion erbeten.

Die Zeitschrift erscheint in Monatsheften. Es werden aufgenommen:

1. Originalmitteilungen in knapper Darstellung;
2. Zusammenfassende Berichte, nach vorheriger Verabredung über Inhalt, Form und Umfang mit der Schriftleitung;
3. Buchbesprechungen;
4. Kurze fachliche Mitteilungen und Zuschriften;
5. Mitteilungen über Tagesereignisse auf dem Fachgebiet der Zeitschrift;
6. Persönliche Nachrichten;
7. Anzeigen.

Geschäftliche Hinweise:

Der Bezug des Archivs der elektrischen Übertragung durch Verlag, Post und Buchhandel ist im Abonnement zum Preis von DM 20,— für das Vierteljahr möglich. Einzelhefte können zum Preise von DM 7,— geliefert werden. Anzeigenaufträge und Anfragen bitten wir an die Anzeigenverwaltung der Zeitschrift zu richten.

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

Postscheckkonto Stuttgart 64383

JOURNAL
INTERNATIONAL
D'ACOUSTIQUE
sous le patronage du Groupe-
ment des Acousticiens de
Langue Française

INTERNATIONAL
JOURNAL
ON ACOUSTICS
sponsored by the Acoustics
Group of the Physical Society
(Great Britain)

INTERNATIONALE
AKUSTISCHE
ZEITSCHRIFT
Unter Mitwirkung des Ver-
bandes Deutscher Physi-
kalischer Gesellschaften

ACUSTICA

publié par
Dr. F. CANAC
Marseille
assisté par

edited by
Prof. Dr. M. GRÜTZMACHER
editor-in-chief
Braunschweig

Prof. Dr. E. G. RICHARDSON †
Newcastle upon Tyne
assisted by

herausgegeben von
Prof. Dr. E. MEYER
Göttingen
unter Mitarbeit von

Prof. W. FURBER, Bern; Prof. Dr. A. GIACOMINI, Roma; Prof. Dr. J. HOLTSMARK, Oslo; Prof. Dr. F. INGERSLEV, København; Prof. Dr. A. VAN ITTERBEEK, Leuven; Prof. Dr. C. W. KOSTEN, Delft

Managing editor: B. CRAMER, Darmstadt

Die «ACUSTICA» bringt außer Arbeiten allgemein physikalisch-akustischen Inhalts, Veröffentlichungen aus folgenden Spezialgebieten der Akustik:

Akustische Meßtechnik (Absolute Schallintensität, Frequenz, akustische Widerstände usw.), *Raum- und Bauakustik* (Akustische Vorgänge in Räumen, Nachhall, Schallschluckung, Luft- und Körperschalldämmung, Lärmbekämpfung usw.), *Elektroakustik* (Lautsprecher, Mikrophone, Schallaufzeichnungsverfahren, Rundfunk, elektronische Apparate usw.), *Physiologische Akustik* (Physikalische Vorgänge im menschlichen Ohr, Sprache usw.), *Ultraschall* (Physikalische Probleme, technische und medizinische Anwendung), *Musikalische Akustik* (Untersuchungen von Musikinstrumenten, elektrischen Musikinstrumenten usw.).

Die «ACUSTICA» erscheint in 6 Heften pro Jahr von je etwa 60 Seiten (zuzügl. Beihefte)

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

